муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края
357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	8 А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	18.05.2020
Тема урока	Повторение темы: Тождественное преобразования выражений содержащих арифметические квадратные корни
Основной вид учебной деятельности	Урок закрепления и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!
- Перед изучением нового материала

Вспомните формулы сокращенного умножения:

- **$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ - разность квадратов**
- **$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ - квадрат суммы**
- **$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ - квадрат разности**
- ***– Дайте определение арифметического квадратного корня.***
  Ответ: Арифметическим квадратным корнем из числа а, называется неотрицательное число, квадрат которого равен а.

– Перечислите свойства арифметического квадратного корня.

А) Арифметический квадратный корень из произведения неотрицательных множителей равен произведению корней из этих множителей

Б) Арифметический квадратный корень из дроби, числитель которой неотрицателен, а знаменатель положителен, равен корню из числителя, делённому на корень из знаменателя

– Чему равно значение арифметического квадратного корня из x^2? $\sqrt{x}$ $= |x|$

– Чему равно значение $(\sqrt{x})^2$? $(\sqrt{x})^2 = x$

– Как можно вынести подкоренное выражение за знак корня?

(Подкоренное выражение нужно представить в виде произведения множителей и применить теорему о корне из произведения).

– Как нужно внести множитель под знак корня?

(Если множитель положительное число, множитель возводим в квадрат и вносим под корень).

(Если множитель отрицательное число, преобразуем его и внесём под корень положительный множитель).

II. Обобщение и систематизация материала.

- Откройте учебник алгебры на стр. 153 Прочтите теоретический материал § 17 Ответьте на теоретические вопросы в конце параграфа.

— ***Сейчас ознакомимся преобразованием выражений, содержащих квадратные корни.***

Мы рассмотрели ряд преобразований выражений, содержащих квадратные корни. К ним относятся преобразования корней из произведения, дроби и степени, умножение и деление корней, вынесение множителя за знак корня, внесение множителя под знак корня.

Рассмотрим другие примеры преобразований выражений, содержащих квадратные корни.

Пример 1. (Письменно)

Упростим выражение $3\sqrt{5a} - \sqrt{20a} + 4\sqrt{45a} = 3\sqrt{5a} - \sqrt{4*5a} + 4\sqrt{9*5a} = 3\sqrt{5a} - 2\sqrt{5a} + 12\sqrt{5a} = \sqrt{5a}\,(3-2+12) = 13\sqrt{5a}$

Первый способ: **Выражение, содержащее квадратные корни преобразуется в сумму подобных слагаемых и выполняется суммирование.**

Тренировочные упражнения (формирование навыка тождественных преобразований иррациональных выражений).

а) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300} = \sqrt{25*3} + \sqrt{16*3} - \sqrt{100*3} = 5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = \sqrt{3}\,(5+4-10) = -\sqrt{3}$

б) $\sqrt{75} – 0,1\sqrt{300} - \sqrt{27} = \sqrt{25*3} - 0,1\sqrt{100*3} - \sqrt{9*3} = 5\sqrt{3} – 0,1*10\sqrt{3} - 3\sqrt{3} =$
$= \sqrt{3}\,(5-1-3) = \sqrt{3}$

в) $\sqrt{98} - \sqrt{72} + 0,5\sqrt{8} = \sqrt{49*2} - \sqrt{36*2} + 0,5\sqrt{4*2} = 7\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 0,5*2\sqrt{2} =$
$= \sqrt{2}\,(7 – 6 + 1) = 2\sqrt{2}$

г) $\sqrt{8p} - \sqrt{2p} + \sqrt{18p} = \sqrt{4*2p} - \sqrt{2p} + \sqrt{9*2p} = 2\sqrt{2p} - \sqrt{2p} + 3\sqrt{2p} = \sqrt{2p}\,(2-1+3) = 4\sqrt{2p}$

Используя формулы сокращенного умножения можно разложить многочлены на множители

а) $(x + \sqrt{y})(x - \sqrt{y}) = x^2 - y$;

б) $(\sqrt{а} - \sqrt{в})(\sqrt{а} + \sqrt{в}) = а – в$;

в) $(\sqrt{11} – 3)(\sqrt{11} + 3) = 11 – 9 = 2$

г) $(\sqrt{10} + \sqrt{7})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = (\sqrt{7} + \sqrt{10})(\sqrt{7} - \sqrt{10}) = 7 – 10 = -3$

д) $(\sqrt{а} + \sqrt{в})^2 = (\sqrt{а})^2 + 2\sqrt{а}\sqrt{в} + (\sqrt{в})^2 = а + 2\sqrt{а}\sqrt{в} + в$;

е) $(\sqrt{m} - \sqrt{n})^2 = (\sqrt{m})^2 - 2\sqrt{m}\sqrt{n} + (\sqrt{n})^2 = m - 2\sqrt{m}\sqrt{n} + n$;

ж) $(\sqrt{2} + 3)^2 = 2 + 6\sqrt{2} + 9$; з) $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 5 - 2\sqrt{10} + 2 = 7 + 2\sqrt{10}$;

Второй способ.

— Ознакомимся вторым способом преобразования выражения, содержащих квадратные корни.

Пример 2.

Сократим дробь $\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}}$.

Так как $3 = (\sqrt{3})^2$, то числитель данной дроби можно представить в виде разности квадратов двух выражений. Поэтому

$$\frac{x^2-3}{x+\sqrt{3}} = \frac{(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})}{x+\sqrt{3}} = (x-\sqrt{3})$$

Второй способ: **Числитель или знаменатель дроби раскладываются на множители и дробь сокращается на общий множитель.**

Пример 3. Преобразуем дробь $\frac{c}{\sqrt{2}}$ так, чтобы знаменатель не содержал квадратного корня.

▶ Умножив числитель и знаменатель дроби на $\sqrt{2}$, получим

$$\frac{c}{\sqrt{2}} = \frac{c\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{c\sqrt{2}}{2}. \triangleleft$$

Домашнее задание на 19.05 стр. 153 § 17 повторить материал урока

Выполните упражнения:

Упростите выражение:

а) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$;

б) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$;

в) $\sqrt{242} - \sqrt{200} + \sqrt{8}$;

Выполните действия:

а) $(2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1)$;

б) $(5\sqrt{7} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 5\sqrt{7})$;

в) $(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$;

г) $(1 + 3\sqrt{5})^2$;

д) $(2\sqrt{3} - 7)^2$;

е) $(2\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

Сократите дробь:

а) $\frac{b^2 - 5}{b - \sqrt{5}}$; в) $\frac{2 - \sqrt{x}}{x - 4}$; д) $\frac{a - b}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}$;

Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

а) $\frac{x}{\sqrt{5}}$; г) $\frac{a}{b\sqrt{b}}$; ж) $\frac{5}{2\sqrt{3}}$;

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	8 А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	19.05.2020
Тема урока	Повторение темы: Функция $Y = \frac{k}{x}$ и ее график
Основной вид учебной деятельности	Урок закрепления и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!

II. Обобщение и систематизация знаний –

Откройте учебник алгебры на стр. 75 Внимательно прочтите § 10

Определение

Функцию, которую можно задать формулой вида $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, называют обратной пропорциональностью.

Так как областью определения выражения $\frac{k}{x}$ является множество всех чисел, кроме 0, то областью определения функции $y = \frac{k}{x}$ является такое же множество, т. е. $D(y) = \{x \mid x \neq 0\}$.

Рассмотрим функцию $y = \frac{6}{x}$. В таблице приведены некоторые значения аргумента и соответствующие им значения функции.

x	–6	–4	–3	–2	–1,5	–1	1	1,5	2	3	4	6
y	–1	–1,5	–2	–3	–4	–6	6	4	3	2	1,5	1

Отметим на координатной плоскости точки (рис. 42.1), координаты которых приведены в таблице.

Среди отмеченных точек не может быть точки, абсцисса которой равна нулю, поскольку число **0** не принадлежит области определения данной функции. Поэтому график функции $y = \frac{6}{x}$ не имеет общих точек с осью ординат.

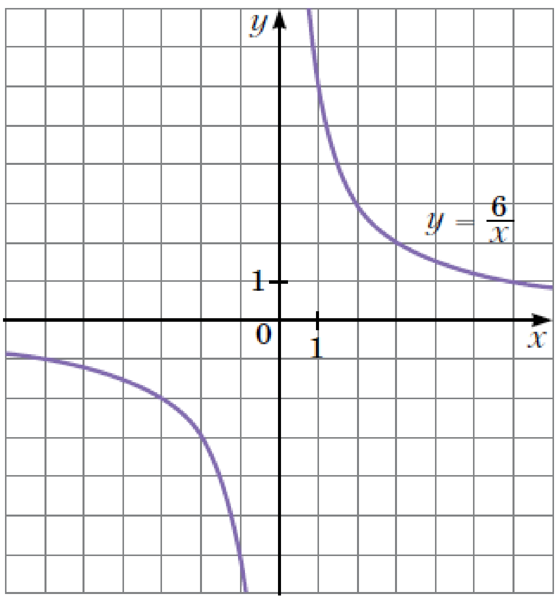


Рис. **42.3**

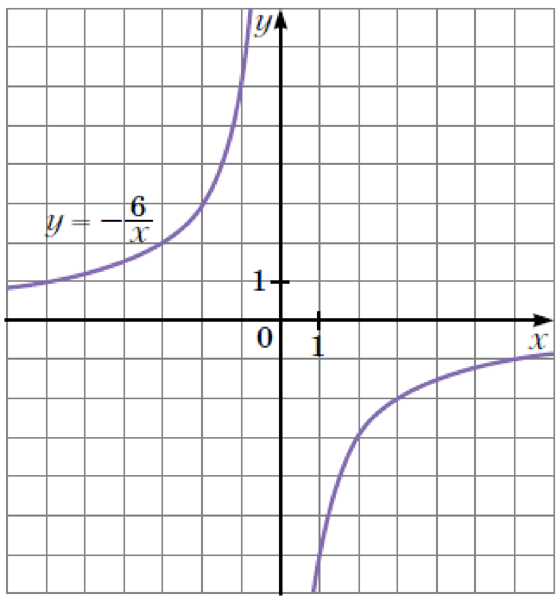


Рис. **42.4**

Фигуру, являющуюся графиком функции $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, называют **гиперболой**. На рисунке 42.3 изображена гипербола $y = \frac{6}{x}$.

Гипербола состоит из двух частей — **ветвей гиперболы.**

Заметим, что если верно равенство $y_0 = \frac{k}{x_0}$, то верно равенство $-y_0 = -\frac{k}{x_0}$. Тогда можно сделать такой вывод: если точка $A(x_0; y_0)$ принадлежит гиперболе $y = \frac{k}{x}$, то точка $B(-x_0; -y_0)$ также принадлежит этой гиперболе. Следовательно, гипербола является симметричной фигурой. Начало координат — центр симметрии гиперболы $y = \frac{k}{x}$.

Если $k > 0$, то ветви гиперболы расположены в I и III четвертях, а если $k < 0$ — то во II и IV четвертях.

На рисунке 42.4 изображён график функции $y = -\frac{6}{x}$. Ветви гиперболы $y = -\frac{6}{x}$ расположены во II и IV четвертях.

Пример. Решите уравнение $\frac{4}{x} = x + 3$.

Решение. Рассмотрим функции $y = \frac{4}{x}$ и $y = x + 3$.

Построим в одной системе координат графики этих функций (рис. 42.5). Они пересекаются в двух точках, абсциссы которых равны 1 и −4. В точках пересечения графиков функций сами функции принимают равные значения. Следовательно, при найденных абсциссах значения выражений $\frac{4}{x}$ и $x + 3$ равны, т. е. числа −4 и 1 являются корнями уравнения $\frac{4}{x} = x + 3$. Проверка это подтверждает. Действительно, $\frac{4}{1} = 1 + 3$ и $\frac{4}{-4} = -4 + 3$.

Ответ: −4; 1. ■

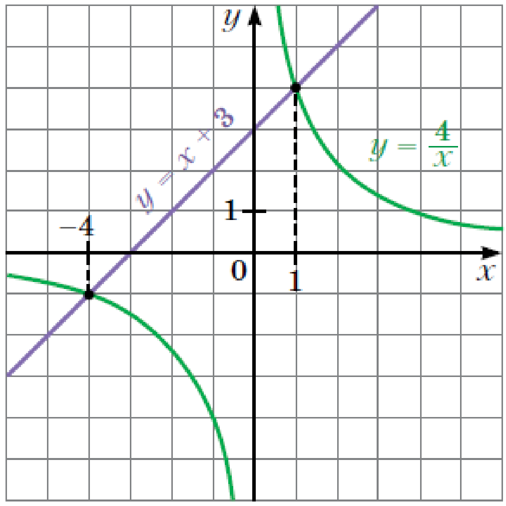
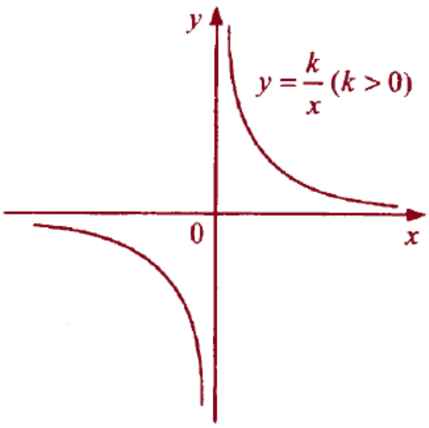
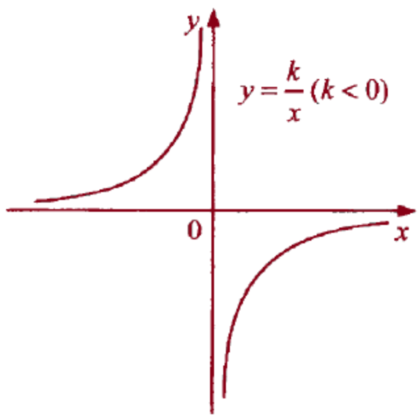


Рис. 42.5

ТЕОРИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ ЗАДАНИЕ 11





У функции $y = \frac{k}{x}$ нет нулей.

При k>0 y>0 при x>0 и y<0 при x<0;

при k<0 y>0 при x<0 и y<0 при x>0.

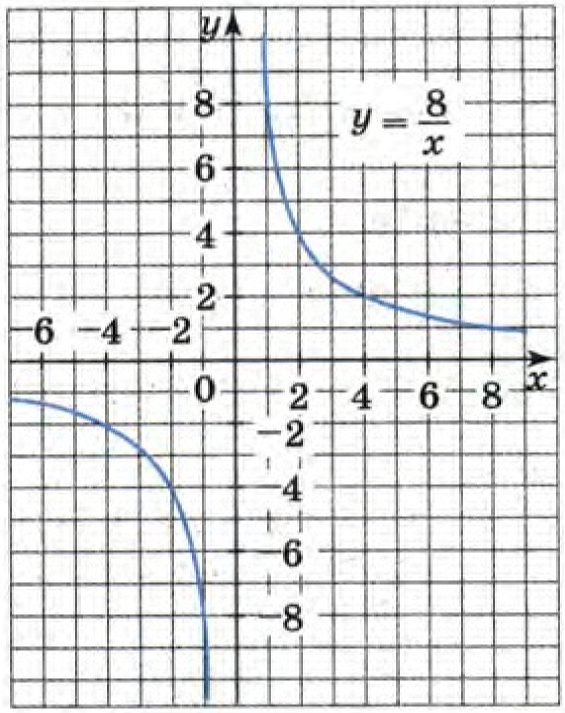
При k>0 функция $y = \frac{k}{x}$ убывает на всей области определения, при k<0 функция $y = \frac{k}{x}$ возрастает на всей области определения.

III. Контроль и коррекция знаний Домашнее задание на 20.04

Внимательно прочтите конспект и выполните упражнения:

Функция задана формулой $y = \frac{8}{x}$. Заполните таблицу.

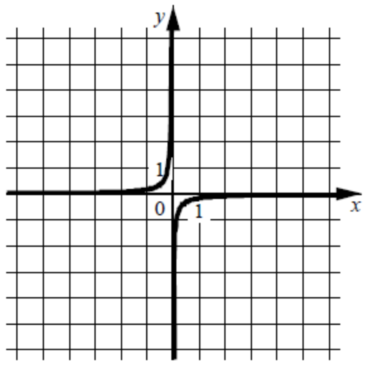
x	−4		−0,25	2	5	16	
y		−4					0,4

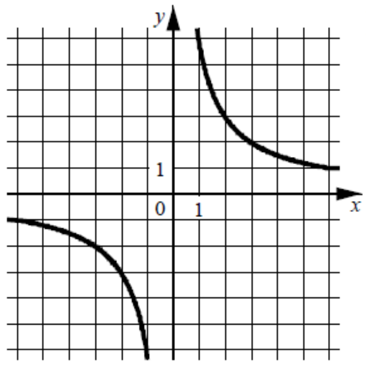
На рисунке 6 построен график функции, заданной формулой $y = \frac{8}{x}$. Найдите по графику: а) значение y, соответствующее значению x, равному 2; 4; -1; -4; -5; б) значение x, которому соответствует значение y, равное -4; -2; 8.	 Рис. 6

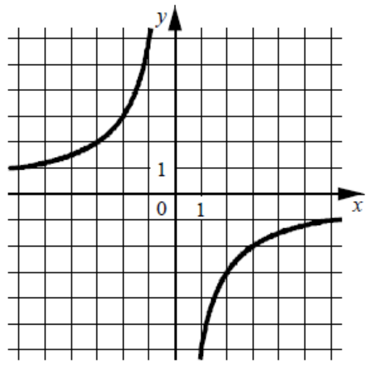
Прототип задания № 11 ОГЭ

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А) 

Б) 

В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{1}{6x}$ 2) $y = -\frac{6}{x}$ 3) $y = \frac{6}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	8 А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	22.05.2020
Тема урока	Повторение темы: Функция Y = $\sqrt{x}$ и ее график
Основной вид учебной деятельности	Урок закрепления и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята! Данный урок мы посвятим решению типовых задач на построение графика функции $y = \sqrt{x}$.

II. Обобщение и систематизация знаний.

Откройте учебник алгебры на стр. 144 Прочтите теоретический материал § 18

Вспомним определение квадратного корня.

Определение. **Квадратным корнем** из неотрицательного числа a называется такое неотрицательное число b, квадрат которого равен a.

$$\begin{cases} \sqrt{a} = b \\ a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b)^2 = a \\ b \geq 0 \end{cases}.$$

Изобразим график $y = x^2, x \geq 0$ – это правая ветвь параболы (рис. 1).

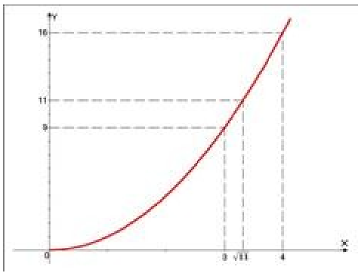


Рис. 1.

На графике наглядно виден смысл вычисления квадратного корня. Например, если рассмотреть ординату 16, то ей будет соответствовать абсцисса 4, т. к. $\sqrt{16} = 4 \Leftrightarrow 4^2 = 16$. Аналогично, ординате 9 на графике соответствует точка с абсциссой 3, поскольку $\sqrt{9} = 3 \Leftrightarrow 3^2 = 9$, ординате 11 соответствует абсцисса $\sqrt{11}$, т. к. $\left(\sqrt{11}\right)^2 = 16$ (квадратный корень из 11 не извлекается в целых числах).

Теперь вспомним график функции $y = \sqrt{x}$ (рис. 2).

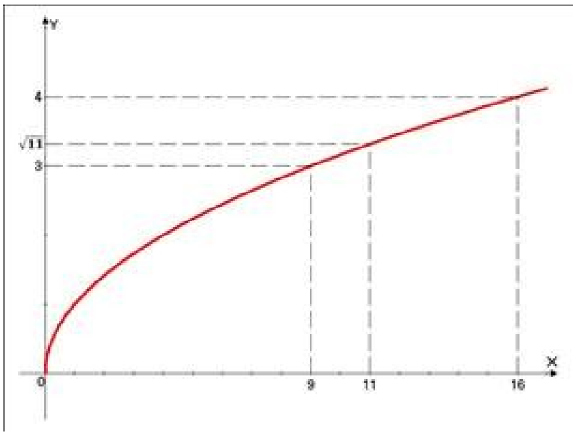


Рис. 2.

На графике для наглядности изображены несколько точек, ординаты которых вычисляются с помощью извлечения квадратного корня: $\begin{cases} x = 9 \\ y = \sqrt{9} = 3 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 16 \\ y = \sqrt{16} = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x = 11 \\ y = \sqrt{11} \end{cases}$.

Пример 1. Постройте и прочтите график функции: а) $y = \sqrt{x+1}$, б) $y = \sqrt{x-1}$.

Решение. а) Построение начинается с простейшего вида функции, т. е. в данном случае с графика $y = \sqrt{x}$ (пунктиром). Затем для построения искомого графика график функции $y = \sqrt{x}$ необходимо сдвинуть влево на 1 (рис. 3). При этом все точки графика сдвинутся на 1 влево, например, точка с координатами (1;1) перейдет в точку с координатами (0;1). В результате получаем искомый график (красная кривая). Проверить такой способ легко при подстановке нескольких значений аргумента.

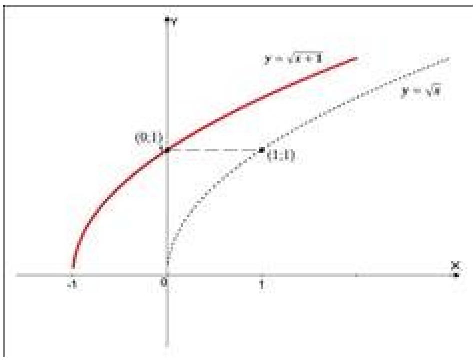


Рис. 3.

Прочтем график: если аргумент меняется от -1 до $+\infty$, функция возрастает от 0 до $+\infty$. Область определения (ОДЗ) при этом требует, чтобы подкоренное выражение было неотрицательным, т. е. $x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$.

Для построения графика функции $y=\sqrt{x-1}$ поступим аналогичным образом.

Сначала строим график $y=\sqrt{x}$ (пунктиром). Затем для построения искомого графика график функции $y=\sqrt{x}$ необходимо сдвинуть вправо на 1 (рис. 4). При этом все точки графика сдвинутся на 1 вправо, например, точка с координатами (1;1) прейдет в точку с координатами (2;1). В результате получаем искомый график (красная кривая).

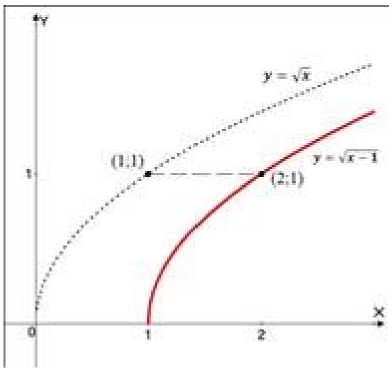


Рис. 4.

Прочтем график: если аргумент меняется от 1 до $+\infty$, функция возрастает от 0 до $+\infty$. Область определения (ОДЗ) аналогична предыдущему случаю: $x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

Замечание. На указанных примерах несложно сформулировать правило построения функций вида:

$$\begin{cases} y(x+a)\text{получается смещением } y(x) \text{ влево вдоль оси } Ox \text{ на } a \\ y(x-a)\text{получается смещением } y(x) \text{ вправо вдоль оси } Ox \text{ на } a \end{cases}, \text{при } a>0$$

Пример 2. Постройте и прочтите график функции: а) $y=\sqrt{x}+2$, б) $y=\sqrt{x}-1$.

Решение. а) Этот пример также демонстрирует преобразование графиков функций, но только уже другого типа. Начинаем построение с простейшей функции $y=\sqrt{x}$ (пунктиром). Затем график построенной функции смещаем на 2 вверх и получаем на рисунке 5 искомый график (красная кривая). Точка с координатами (1;1) при этом, например, переходит в точку (1;3).

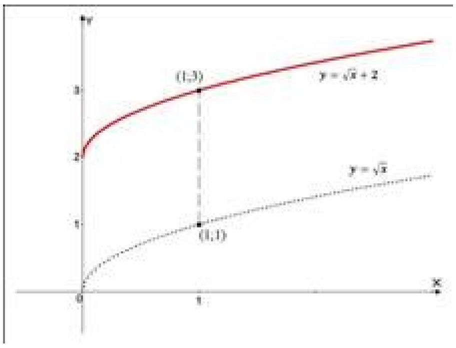


Рис. 5.

Прочтем график: если аргумент меняется от 0 до $+\infty$, функция возрастает от 2 до $+\infty$. Область определения (ОДЗ): $x \geq 0$.

б) Также начинаем построение с простейшей функции $y = \sqrt{x}$ (пунктиром). Затем график построенной функции (рис. 6) смещаем на 1 вниз и получаем искомый график (красная кривая). Точка с координатами (1;1) при этом, например, переходит в точку (1;0).

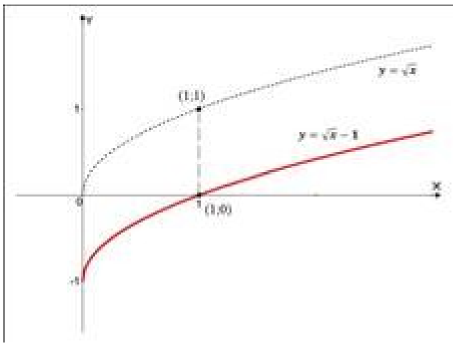


Рис. 6.

Прочтем график: если аргумент меняется от 0 до $+\infty$, функция возрастает от -1 до $+\infty$. Область определения (ОДЗ): $x \geq 0$.

Замечание. С помощью указанных примеров сформулируем правило построения функций вида:

$$\begin{cases} y(x) + a \text{ получается смещением } y(x) \text{ вверх вдоль оси } Oy \text{ на } a \\ y(x) - a \text{ получается смещением } y(x) \text{ вниз вдоль оси } Oy \text{ на } a \end{cases}, \text{при } a > 0$$

Пример 3. Постройте и прочтите график функции $y = \sqrt{x - 1} + 2$.

Решение. Метод построения указанной функции представляет собой комбинацию двух методов, которые мы видели в предыдущих примерах. Сначала строим основную функцию $y = \sqrt{x}$ (пунктиром), затем смещаем ее на 1 вправо и на 2 вверх (рис. 7). При этом, например, точка с координатами (1;1) сначала перейдет в точку (2;1), а затем в точку (2;3). Искомая кривая изображена красным цветом.

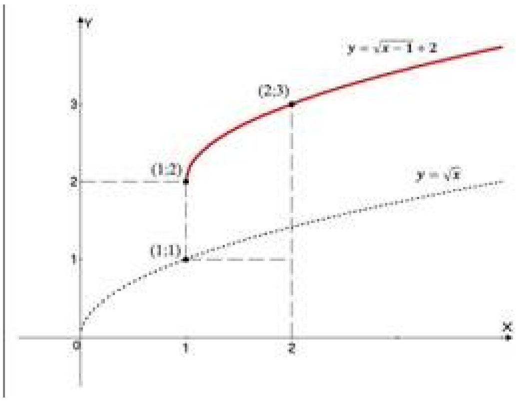


Рис. 7.

Прочтем график: если аргумент меняется от 1 до $+\infty$, функция возрастает от 2 до $+\infty$. Область определения (ОДЗ) – подкоренное выражение неотрицательно: $x-1\geq 0 \Rightarrow x \geq 1$.

Замечание. Как видно на указанном примере, преобразования графиков функций, которые мы рассмотрели, можно применять последовательно в комплексе.

Пример 4. Постройте и прочтите график функции $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, \text{если } x\in[0;1)\\ \frac{1}{x}, \text{если } x\in[1;+\infty)\end{cases}$.

Решение. Для построения данной составной функции изображаем ее части в приведенных диапазонах построения (рис. 8). Для этого сначала изображаем пунктиром всю функцию $y=\sqrt{x}$, затем всю функцию $y=\frac{1}{x}$, а затем наводим (красная кривая) только те их области, которые заданы условием задачи. Сливаются два участка кривой в точке с координатами (1;1).

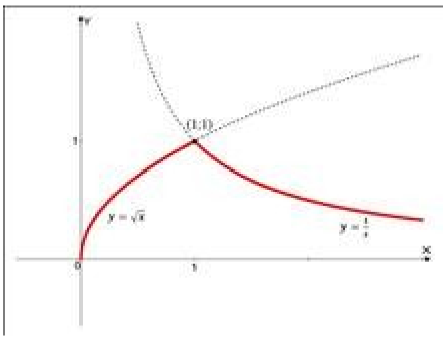


Рис. 8.

Прочтем график: если аргумент меняется от 0 до 1, функция возрастает от 0 до 1, если аргумент меняется от 1 до $+\infty$, функция убывает от 1 до 0. Область определения (ОДЗ) – подкоренное выражение неотрицательно: $x \geq 0$.

Пример на решение системы уравнений с квадратным корнем

Пример 5. Графически решить систему уравнений $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = x^2 \end{cases}$.

Решение. Для решения системы графическим способом необходимо построить графики функций (рис. 9), представляющих собой уравнения системы, и определить координаты их точек пересечения.

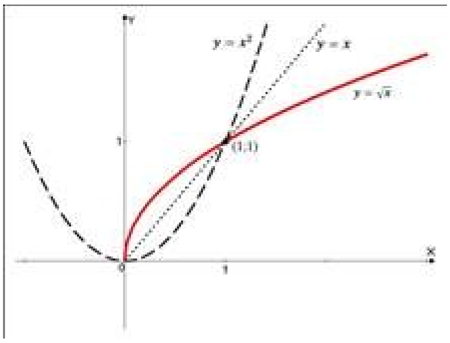


Рис. 9.

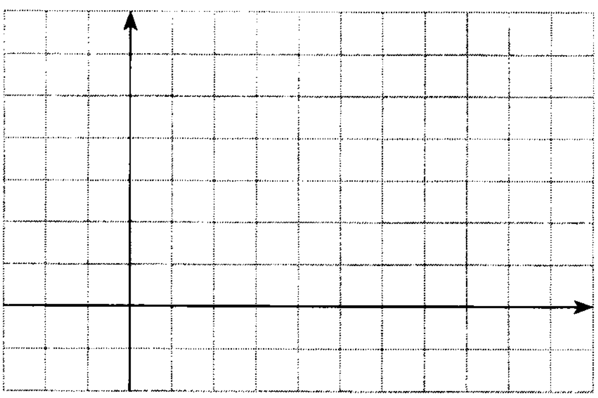
На графике изображен полезный факт, демонстрирующий, что графики квадратичной функции и квадратного корня симметричны относительно графика функции $y = x$. По графику видно, что имеем две точки пересечения, т. е. система имеет два решения. Для определения точных значений этих решений подставим стандартные значения аргумента в обе исследуемые функции: 0 и 1. При этом получим: $\sqrt{0} = 0^2 = 0$ и $\sqrt{1} = 1^2 = 1$, т. е. координаты точек пересечения графиков и решения системы: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$.

Ответ. (0;0), (1;1).

III. Контроль и коррекция знаний

Домашняя работа на 25.05 § 18 Выполните упражнения

Постройте график функции $y = \sqrt{x}$, предварительно заполнив таблицу.



x	0	1	4	6,25	9
y					

Решите графически уравнение:

а) $\sqrt{x} = 6 - x$;   б) $\sqrt{x} = \dfrac{4}{x}$;   в) $-x - 5 = \sqrt{x}$.

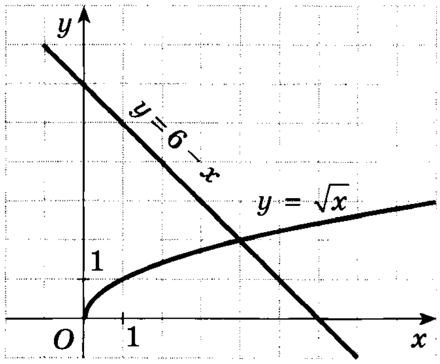
Образец

$\sqrt{x} = 6 - x$.

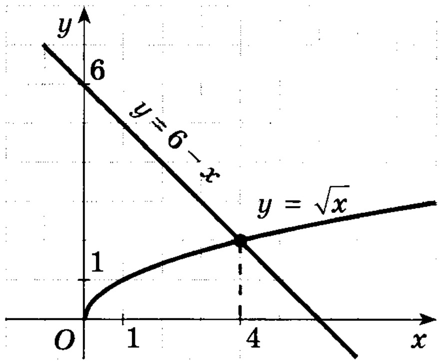
Решение.

1. Вводим функции: $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$.

2. Строим графики этих функций (шаг 1).



Шаг 1



Шаг 2

3. Отмечаем точку пересечения графиков, находим её абсциссу (шаг 2).

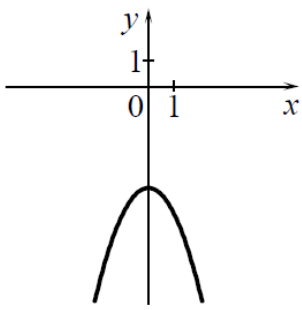
Ответ: 4.

Прототип задания № 11 ОГЭ

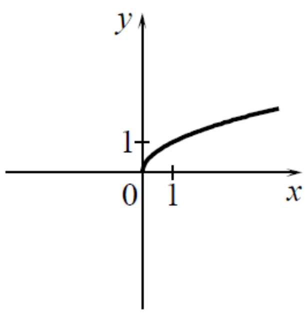
Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

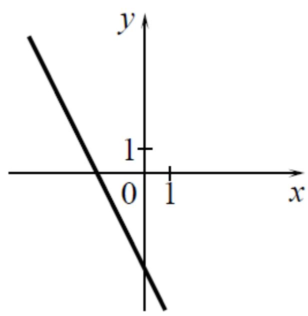
А)



Б)



В)



ФОРМУЛЫ

1) $y = -x^2 - 4$ 2) $y = -2x - 4$ 3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru