муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	18.05.2020
Тема урока	Повторение курса: Производная
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята! На данном уроке мы вспомним, что такое производная, рассмотрим технику дифференцирования простых и сложных функций, приведем некоторые примеры.

II. Обобщение и систематизация материала

1. Определение и смысл производной

Сначала вспомним определение и смысл производной. Для этого рассмотрим функцию $y = f(x)$ и ее график, дадим физическую интерпретацию.

По оси x откладываем время, по оси y – расстояние. Функция $y = f(x)$ – закон изменения расстояния в зависимости от времени.

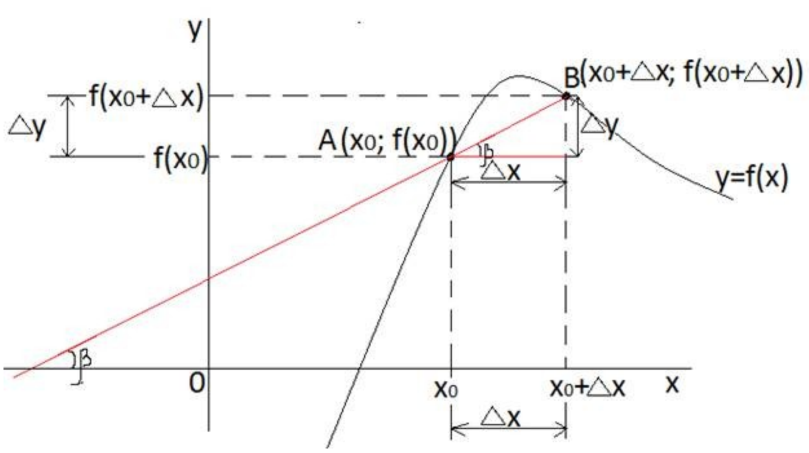

Рис. 1. Физический смысл производной

В момент x_0 расстояние равно $f(x_0)$. Через время Δx в момент времени $x_0 + \Delta x$ расстояние равно $f(x_0 + \Delta x)$. За время Δx расстояние изменилось на Δy. Отношение Δy к Δx – это средняя скорость за время Δx:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = V_{ср}$$

С геометрической точки зрения данное отношение – это тангенс угла наклона секущей AB. В прямоугольном треугольнике с гипотенузой AB, катетами Δx и Δy тангенс острого угла β равен отношению противолежащего катета Δy к прилежащему катету Δx:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\ \beta$$

Предположим, что Δx стремится к нулю. Тогда Δy тоже стремится к нулю, и секущая AB стремится занять положение касательной (рисунок 15.2).

Вернемся к отношению $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если оно стремится к какому-то конкретному числу, то это число и называется производной функции в точке x_0:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

Более строго производной функции в точке x_0 называется предел отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при Δx, стремящемся к нулю:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

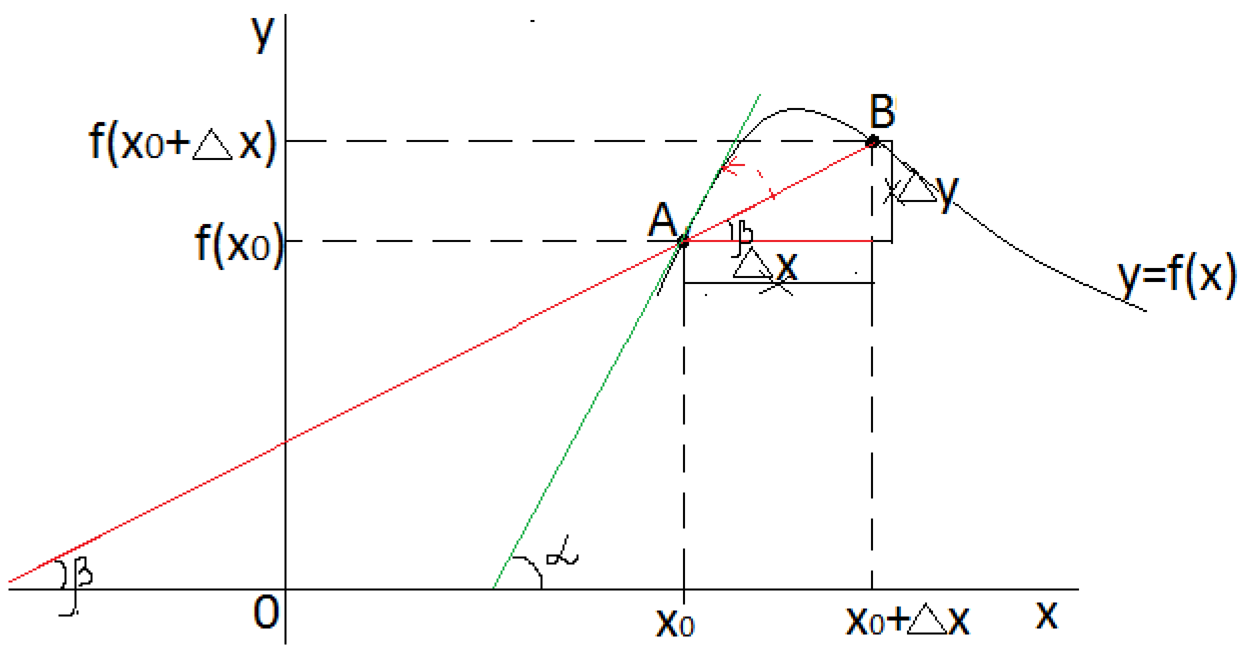

Рис. 2. Секущая и касательная к графику функции

Физический смысл производной: производная – это мгновенная скорость в момент x_0.

Геометрический смысл: производная – это тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке x_0.

2. Таблица производных, производная сложной функции, примеры

Далее требуется вспомнить технику дифференцирования – нахождения производных для различных функций. Рассмотрим на примерах.

1. $C' = 0$, здесь С – постоянное число: производная от константы равна нулю. С физической точки зрения это очевидно: если расстояние постоянно, то есть мы находимся на одном и том же месте, например, в школе или на работе, никакой скорости нет, производная равна нулю;

2. Линейная функция: $(kx+m)' = k$, например $\left(1-\frac{x}{2}\right)' = -\frac{1}{2}$;

3. Степенная функция: $(x^n)' = n * x^{n-1}$; производная сложной степенной функции: $(U(x)^n)' = n * U(x)^{n-1} * U'(x)$; важный частный случай: $\left(\sqrt{U(x)}\right)' = \frac{U'(x)}{2\sqrt{U(x)}}$; например:
$((2x-1)^7)' = 7 * (2x-1)^6 * (2x-1)' = 7(2x-1)^6 * 2 = 14(2x-1)^6$; $\left(\frac{1}{(2x-1)^7}\right)' = ((2x-1)^{-7})' = -7 * (2x-1)^{-8} * (2x-1)' = -\frac{14}{(2x-1)^8}$

4. Тригонометрические функции:

a) Синус:

$$\left(\sin\left(U(x)\right)\right)' = \cos(U(x)) * U'(x)$$

b) Косинус:

$$\left(\cos\left(U(x)\right)\right)' = -\sin\left(U(x)\right) * U'(x)$$

c) Тангенс:

$$\left(\mathrm{tg}\left(U(x)\right)\right)' = \frac{U'(x)}{\cos^2\left(U(x)\right)}$$

d) Котангенс:

$$\left(\text{ctg}\left(U(x)\right)\right)' = -\frac{U'(x)}{\sin^2\left(U(x)\right)}$$

Например: $(\sin(3x+1))' = 3\cos(3x+1)$; $(\text{tg}(1-2x))' = \frac{-2}{\cos^2(1-2x)}$

5. Показательная функция: $(e^x)' = e^x$; $\left(e^{U(x)}\right)' = e^{U(x)} * U'(x)$; $(a^x)' = a^x * \ln a$; $\left(a^{U(x)}\right)' = a^{U(x)} * \ln a * U'(x)$

Например: $\left(e^{\sin x}\right)' = e^{\sin x} * (\sin x)' = e^{\sin x} * \cos x$; $\left(2^{x^3}\right)' = 2^{x^3} * \ln 2 * (x^3)' = 3x^2 * 2^{x^3} * \ln 2$

6. Логарифмическая функция: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\ln U(x))' = \frac{U'(x)}{U(x)}$; $(\log_a x)' = \frac{1}{x * \ln a}$; $(\log_a U(x))' = \frac{U'(x)}{U(x) * \ln a}$;

Например: $(\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2}$; $(\log_2 \sin x)' = \frac{\cos x}{\sin x * \ln 2} = \frac{ctg\, x}{\ln 2}$

3. Построение графика функции с помощью производной

Пример 1: построить график функции:

$$y = x\sqrt{2-x}$$

Действуем по стандартной методике. Сначала исследуем функцию и строим эскиз графика, не применяя производную.

ОДЗ: $2 - x \geq 0 \leftrightarrow x \leq 2$

Корни: чтобы найти корни функции, необходимо выражение приравнять к нулю – имеем произведение, равное нулю: $x\sqrt{2-x} = 0$. Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а второй при этом существует, т. е. соблюдена ОДЗ. Имеем: $x = 0, x = 2$, оба корня удовлетворяют ОДЗ.

Имеем два интервала знакопостоянства: на крайнем правом ($0 < x < 2$) функция имеет знак плюс, далее знак меняется, так как все корни имеют первую степень. Так, на интервале $x < 0$ функция отрицательна.

Опишем эскиз графика в окрестностях корней. Имеем: поскольку в точке $x = 0$ знак функции меняется с минуса на плюс, то кривая сначала находится под осью, потом проходит через ноль и далее расположена над осью x. Слева от точки $x = 2$ функция имеет знак плюс, кривая расположена над осью и обрывается при $y = 0$.

Теперь опишем эскиз графика функции в окрестностях бесконечно удаленных точек, т. е. когда аргумент стремится в данном случае к минус бесконечности. Постоянными слагаемыми при этом можно пренебречь. Имеем:

$$\begin{cases} x \to -\infty \\ y \approx x\sqrt{-x} = -\infty \end{cases}$$

Так, если x стремится к бесконечности с минусом, y тоже стремится к бесконечности с минусом.

Уточним поведение функции с помощью производной.

$$y' = x'\sqrt{2-x} + x\left(\sqrt{2-x}\right)' = \sqrt{2-x} + x\left(\frac{1}{2\sqrt{2-x}} * (2-x)'\right) = \sqrt{2-x} + x\left(-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}\right)$$

$$= \sqrt{2-x} - \frac{x}{2\sqrt{2-x}} = \frac{\sqrt{2-x} * 2\sqrt{2-x} - x}{2\sqrt{2-x}} = \frac{2(2-x)-x}{2\sqrt{2-x}} = \frac{4-2x-x}{2\sqrt{2-x}} = \frac{4-3x}{2\sqrt{2-x}}$$

Приравниваем производную к нулю. Дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю. Имеем: $4 - 3x = 0 \leftrightarrow x = \frac{4}{3}$. Так, когда $x < \frac{4}{3}$ производная положительна, функция возрастает. Когда $x > \frac{4}{3}$ производная отрицательна, функция убывает. Точка $x = \frac{4}{3}$ – критическая точка, точка максимума, так как производная меняет знак с плюса на минус. Имеем: $y_{max} = y\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} * \sqrt{2 - \frac{4}{3}} = \frac{4}{3} * \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{9}$

Проиллюстрируем:

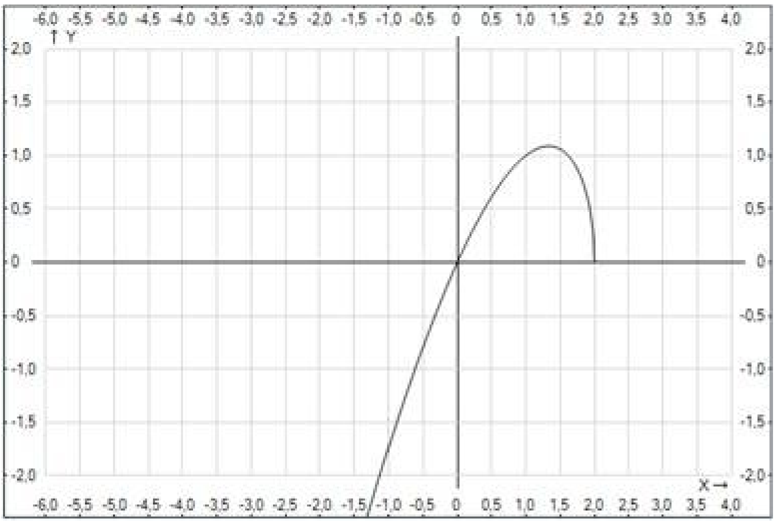

Рис. 3. График функции $y = x\sqrt{2-x}$

Прочтем полученный график: когда аргумент возрастает от минус бесконечности до четырех третьих, функция возрастает от минус бесконечности до $\frac{4\sqrt{6}}{9}$. Когда аргумент возрастает от четырех третьих до двух, функция убывает от $\frac{4\sqrt{6}}{9}$ до нуля. В точке $x = 2$

производная функции не существует, касательной к графику является вертикальная прямая.

4. Решение задачи с параметром

Пример 2: найти все значения параметра а, при каждом из которых уравнение

$x\sqrt{2-x} = a$:

а) имеет хотя бы одно решение;

б) имеет ровно одно решение;

Согласно стандартной методике, сначала необходимо рассмотреть функцию, стоящую в левой части, и построить ее график. Это уже было выполнено в предыдущем примере (рисунок 15.3). Далее требуется рассечь график семейством прямых $y = a$, найти точки пересечения и выписать ответ. Выполним рассечение:

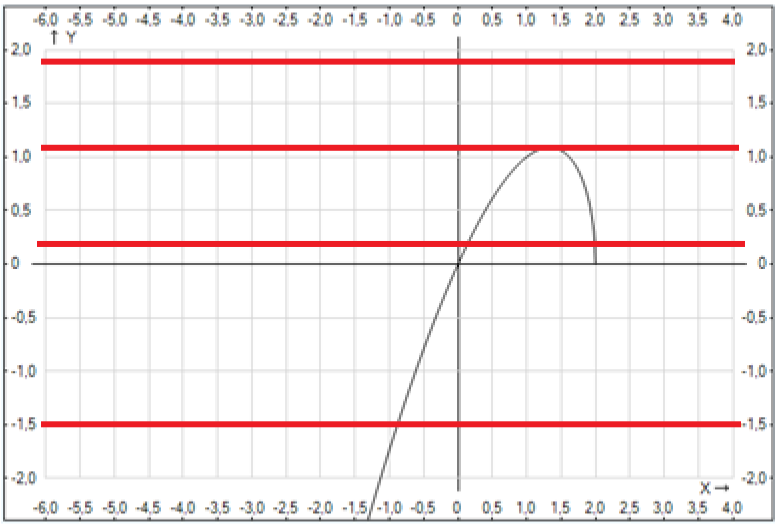

Рис. 4. Рассечение графика семейством прямых $y = a$

Очевиден ответ:

а) при $a \le \frac{4\sqrt{6}}{9}$ уравнение имеет хотя бы одно решение;

б) при $a = \frac{4\sqrt{6}}{9}$ и $a \in (-\infty;0)$ уравнение имеет единственное решение;

Итак, мы повторили важную тему нахождения производной, рассмотрели таблицу производных основных функций, производные сложных функций. Решили некоторые примеры, связанные с производными. Далее перейдем к исследованию функций.

Домашнее задание на 21.05.2020

1. Выучить правила в конспекте   Повторить в учебнике § 44-48
2. Выполнить упражнения :

1. Найти производную функции:

а) $y = \cos(4x^2 - \ln x)$;

б) $y = \log_{\frac{1}{2}}(ctg\ x + \frac{2^{x^2+x}}{5})$;

в) $y = 8^{\sin(tg\ (\ln x))}$;

г) $y = \frac{1}{x} + x^5$; д) $y = ctg\ (2x - 3\cos x^2)$;

е) $y = \log^2{}_3(\frac{\sin x \cos x}{x^5\sqrt{x}})$;

2. Построить график функции:

а) $y = x^2 \ln x$;

б) $y = \sin x * x$;

в) $y = \sqrt[5]{x} * \frac{1}{2}^{1-x}$;

3. Найти значения параметра, при которых уравнение не имеет решений:

$(x-1)(3x+2)\sqrt{2-x}\sqrt[3]{x+4} = a$

Фото/или скриншот **<u>домашнего</u>** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края
357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	21.05.2020
Тема урока	Повторение курса: Исследование функций
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!

На ланном уроке мы рассмотрим исследование функций с помощью производной, приведем примеры

II. Обобщение и систематизация материала.

1. Определение и смысл производной

Напомним определение и смысл производной. Для этого рассмотрим функцию $y = f(x)$ и ее график, дадим физическую интерпретацию.

По оси x откладываем время, по оси y – расстояние. Функция $y = f(x)$ – закон изменения расстояния в зависимости от времени.

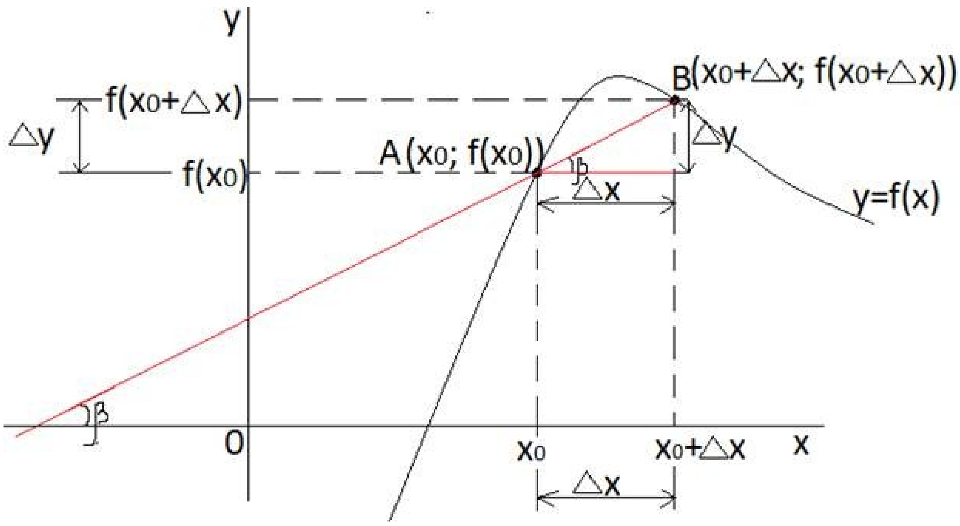

Рис. 1. Физический смысл производной

В момент x_0 расстояние равно $f(x_0)$. Через время Δx в момент времени $x_0 + \Delta x$ расстояние равно $f(x_0 + \Delta x)$. За время Δx расстояние изменилось на Δy. Отношение Δy к Δx – это средняя скорость за время Δx:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = V_{ср}$$

Предположим, что Δx стремится к нулю. Тогда Δy тоже стремится к нулю, и секущая АВ стремится занять положение касательной (рисунок 15.2).

Вернемся к отношению $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Если оно стремится к какому-то конкретному числу, то это число и называется производной функции в точке x_0:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

Более строго производной функции в точке x_0 называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x_0)$$

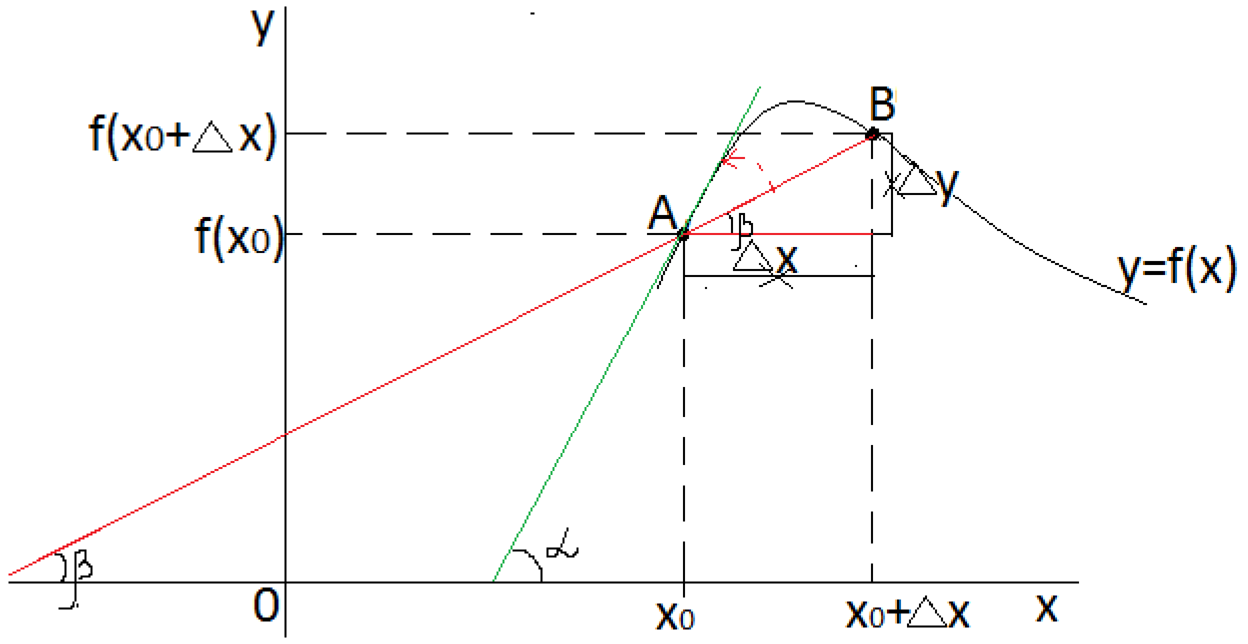

Рис. 2. Секущая и касательная к графику функции

Физический смысл производной: производная – это мгновенная скорость в момент x_0.

Геометрический смысл: производная – это тангенс угла наклона касательной к графику функции в точке x_0.

2. Исследование функции, пример 1

Пример 1: исследовать функцию:

$$y = \frac{6(x-1)}{x^2+3}$$

Сначала исследуем функцию, не применяя производную.

ОДЗ: $x^2 + 3 > 0 \leftrightarrow x \in R$

Корни: чтобы найти корни функции, необходимо выражение приравнять к нулю:

$$\frac{6(x-1)}{x^2+3} = 0$$

Так, имеем дробь, равную нулю, то есть числитель равен нулю. Имеем единственный корень: $x = 1$.

Имеем два интервала знакопостоянства: на крайнем правом ($x > 1$) функция имеет знак плюс, в корне знак меняется, и на левом интервале функция отрицательна.

Опишем эскиз графика в окрестностях корней. Имеем: поскольку в точке $x = 1$ знак функции меняется с минуса на плюс, то кривая сначала находится под осью, потом проходит через ноль и далее расположена над осью x.

Теперь опишем эскиз графика функции в окрестностях бесконечно удаленных точек, т. е. когда аргумент стремится в данном случае к минус бесконечности. Постоянными слагаемыми при этом можно пренебречь. Имеем:

$$\begin{cases} x \to -\infty \\ y \approx \frac{6x}{x^2} = 0 \end{cases}$$

Так, если x стремится к бесконечности с минусом, y стремится к нулю с минусом, если x стремится к бесконечности с плюсом, y стремится к нулю с плюсом.

Уточним поведение функции с помощью производной.

$$y' = 6\frac{(x-1)'(x^2+3) - (x-1)(x^2+3)'}{(x^2+3)^2} = 6\frac{(x^2+3) - 2x(x-1)}{(x^2+3)^2} =$$

$$= 6\frac{x^2+3-2x^2+2x}{(x^2+3)^2} = 6\frac{-x^2+2x+3}{(x^2+3)^2}$$

Приравниваем числитель производной к нулю. Дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю. Имеем: $-x^2+2x+3=0 \Leftrightarrow -(x+1)(x-3)=0$. Имеем два корня производной: $x=-1, x=3$

Так, когда $x<-1$ производная отрицательна, функция убывает. Когда $-1<x<3$ производная положительна, функция возрастает. Когда $x>3$ производная отрицательна, функция убывает. Точка $x=-1$ – критическая точка, точка минимума, так как производная меняет знак с минуса на плюс. Имеем: $y_{min} = y(-1) = \frac{6(-1-1)}{1+3} = -3$. Точка $x=3$ – критическая точка, точка максимума, так как производная меняет знак с плюса на минус. Имеем: $y_{max} = y(3) = \frac{6(3-1)}{9+3} = 1$.

Вычислим также значение функции в нуле: $f(0) = \frac{6(0-1)}{0+3} = -2$

Проиллюстрируем:

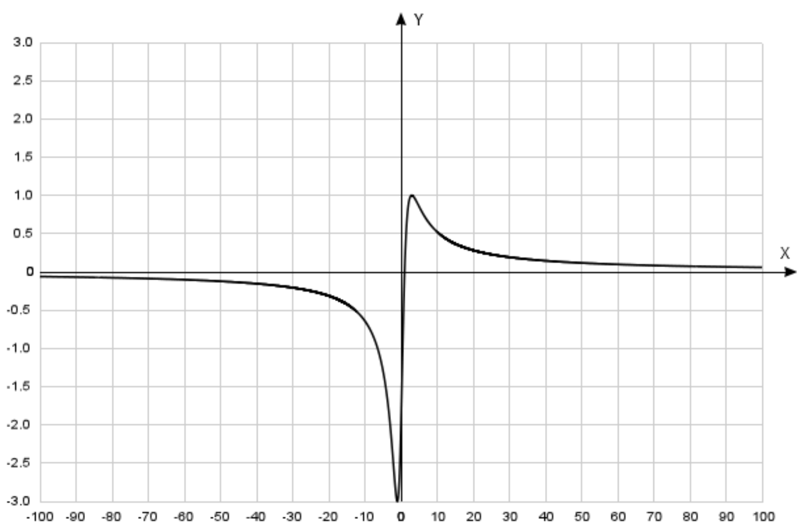

Рис. 3. Решение примера 1

Ответ: функция возрастает на отрезке $[-1;3]$, функция убывает на лучах $(-\infty;-1]$ и $[3;+\infty)$. Точка минимума $x=-1, y_{min}=-3$. Точка максимума $x=3, y_{max}=1$.

3. Исследование функции, пример 2

Пример 2: построить график функции:

$$y = x^2\sqrt{1+x}$$

Действуем по стандартной методике. Сначала исследуем функцию и строим эскиз графика, не применяя производную.

ОДЗ: $1+x \geq 0 \leftrightarrow x \geq -1$

Корни: чтобы найти корни функции, необходимо выражение приравнять к нулю – имеем произведение, равное нулю: $x^2\sqrt{1+x}=0$. Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а второй при этом существует, т. е. соблюдена ОДЗ. Имеем: $x=0, x=-1$, оба корня удовлетворяют ОДЗ.

Заданная функция всегда положительна, так как оба сомножителя принимают только неотрицательные значения.

Строим эскиз графика в окрестностях корней. Имеем: поскольку в точке $x=0$ знак функции не меняется, функция всегда положительна, то кривая сначала находится над осью, потом касается оси и далее расположена снова над осью х. Справа от точки $x=-1$ функция имеет знак плюс, кривая расположена над осью и обрывается при $y=0$.

Теперь строим эскиз графика функции в окрестностях бесконечно удаленных точек, т. е. когда аргумент стремится в данном случае к минус бесконечности. Постоянными слагаемыми при этом можно пренебречь. Имеем:

$$\begin{cases} x \to +\infty \\ y \approx x * x\sqrt{x} = +\infty \end{cases}$$

Так, если х стремится к бесконечности с плюсом, у тоже стремится к бесконечности с плюсом.

Уточним поведение функции с помощью производной.

$$y' = (x^2)'\sqrt{1+x} + x^2\left(\sqrt{1+x}\right)' = 2x\sqrt{1+x} + x^2\left(\frac{1}{2\sqrt{1+x}} * (1+x)'\right) =$$

$$2x\sqrt{1+x} + x^2\left(\frac{1}{2\sqrt{1+x}}\right) = 2x\sqrt{1+x} + \frac{x^2}{2\sqrt{1+x}} = \frac{2x\sqrt{1+x} * 2\sqrt{1+x} + x^2}{2\sqrt{1+x}} =$$

$$= \frac{4x(1+x)+x^2}{2\sqrt{1+x}} = \frac{4x+4x^2+x^2}{2\sqrt{1+x}} = \frac{5x^2+4x}{2\sqrt{1+x}}$$

Приравниваем производную к нулю. Дробь равна нулю тогда и только тогда, когда ее числитель равен нулю. Имеем: $5x^2+4x=0 \leftrightarrow x(5x+4)=0 \leftrightarrow x=0$ или $x=-\frac{4}{5}$. Так, когда $x<-\frac{4}{5}$ производная положительна, функция возрастает. Когда $-\frac{4}{5}<x<0$ производная отрицательна, функция убывает. Когда $x>0$ производная положительна, функция возрастает. Точка $x=-\frac{4}{5}$ – критическая точка, точка максимума, так как производная меняет знак с плюса на минус. Точка $x=0$ – критическая точка, точка минимума, так как производная меняет знак с минуса на плюс.

Имеем: $y_{max}=y\left(-\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{4}{5}\right)^2\sqrt{-\frac{4}{5}+1}=\frac{16}{25}*\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{16}{25\sqrt{5}}=\frac{16\sqrt{5}}{125}$; $y_{min}=y(0)=0$

Проиллюстрируем:

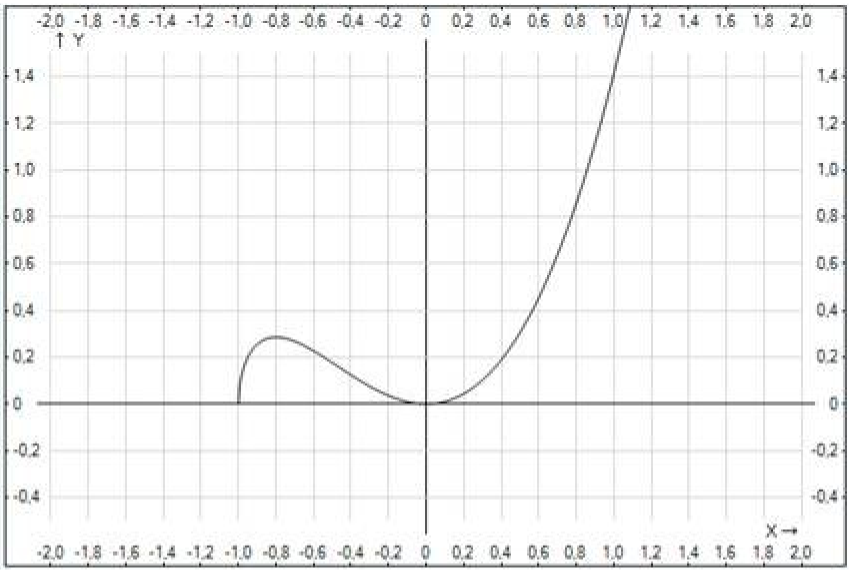

Рис. 4. График функции $y=x^2\sqrt{x+1}$

Отметим, что в точке $x=-1$ производная функции не существует, значит, касательная к графику – вертикальная прямая.

Итак, мы рассмотрели исследование функций при помощи производных, следующий урок будет посвящен касательной.

III. Домашнее задание: на 22.05.2020

1. **учебник § 49 - 52 повторить**

2. Исследовать функции:

а) $y=x^3\sqrt{2x+5}$;

б) $y = x\sqrt{x^3 - 4\sqrt[5]{9 - 5x^2}}$;

в) $y = (x + 1)(3 - 5x)\sqrt{x}$;

г) $y = (x^3 - 1)\sqrt{2x - x^2}$;

д) $y = \frac{\sqrt{8 - x^3}}{x^2 - 6x + 8}$;

Фото/или скриншот классной работы и домашнего задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	22.05.2020
Тема урока	Повторение курса: Касательная
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята! На данном уроке мы вспомним уравнение касательной и рассмотрим типовые задачи.

II. Обобщение и систематизация материала

1. Повторение уравнения касательной и её элементов

Напомним уравнение касательной. Для этого рассмотрим график. Имеем кривую $y = f(x)$, x_0 – абсцисса точки касания, $f(x_0)$ – ордината точки касания, угол наклона α.

Угол наклона – угол между прямой и положительным направлением оси X в верхней полуплоскости.

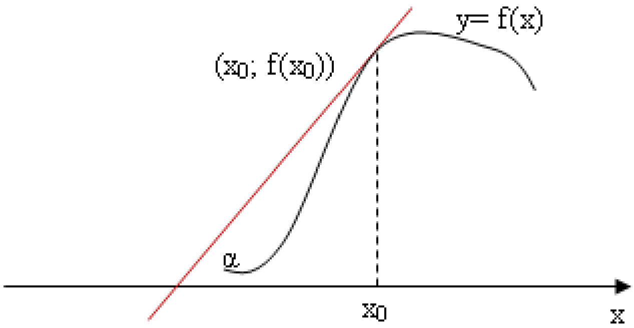

Рис. 1. График касательной

Само уравнение касательной имеет вид: $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Это уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0

Основными элементами касательной являются:

1. $(x_0; f(x_0)$ – точка касания

2. $f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$ – тангенс угла наклона касательной

3. $(x; y)$ – точка на касательной

2. Методика нахождения касательной, пример 1

Пример 1: найти уравнение касательной, площадь треугольника между касательной и осями координат.

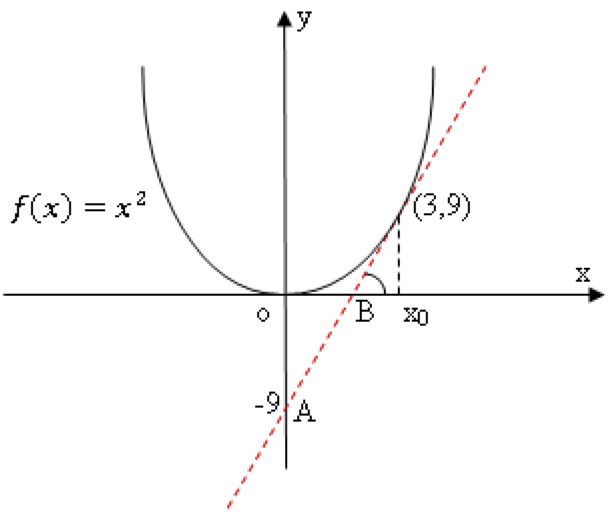

Рис. 2. Геометрическая интерпритация примера 1

Для начала выписываем уравнение касательной.

$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

Первым действием найдем точку касания.

$(x_0; f(x_0)) = (3;9)$

x_0 задано условием, подставляем его в нашу функцию, получаем 9. Таким образом, мы нашли точку касания.

Находим производную в любой точке x.

$f'(x) = 2x$

Найдем производную в конкретной точке x_0.

$f'(x_0) = 2 * 3 = 6$

Выписываем и анализируем уравнение касательной.

$y = 9 + 6(x - 3) = 9 + 6\mathrm{x} - 18 = 6\mathrm{x} - 9$

Получаем ответ:

$y = 6x - 9$ – уравнение касательной найдено.

Теперь необходимо найти плозадь треугольника ΔAOB

Т. к. мы уже имеем уравнение касательной, поэтому находим точки А и В следующим образом:

$\begin{cases} x = 0 \\ y = -9 \end{cases}$ - значение точки А.

Приравняли y к нулю, нашли, что $x = \frac{3}{2}$

$\begin{cases} y = 6x - 9 = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$ – значение точки В

$$OA = 9\,; OB = \frac{3}{2}$$

Отсюда, найдем площадь прямоугольного треугольника:

$$S = \frac{1}{2} * 9 * \frac{3}{2} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

Ответ: искомая площадь равна 6,75.

3. Методика нахождения касательной, пример 2

Пример 2: найти уравнение касательной

$$f(x) = -\frac{x^2}{2} - 1$$

$\alpha = 45^\circ$ – угол наклона касательной

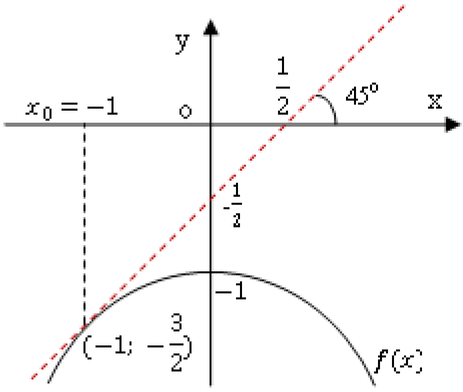

Рис. 3. Иллюстрация к примеру 2

Для решения задачи необходимо провести касательную таким образом, чтобы по отношению к оси x она была наклонена под углом 45°.

Для начала необходимо найти x_0, абсциссу точки касания: $f'(x_0) = tg\alpha$

Находим производную от функции:

$$\left(-\frac{x^2}{2} - 1\right)' = tg45^o = 1, \ -x = 1$$

$$x_0 = -1$$

Далее найдем значение функции в точке x_0:

$$f(x_0) = -\frac{1}{2}(-1)^2 - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$f'(x_0) = 1$$

Все элементы касательной найдены, выписываем уравнение:

$$y = -\frac{3}{2} + 1(x+1) \Leftrightarrow y = x - \frac{1}{2}$$

4. Методика нахождения касательной, пример 3

Пример 3: из точки $(1;0)$ провести касательную к кривой $f(x) = x^3$

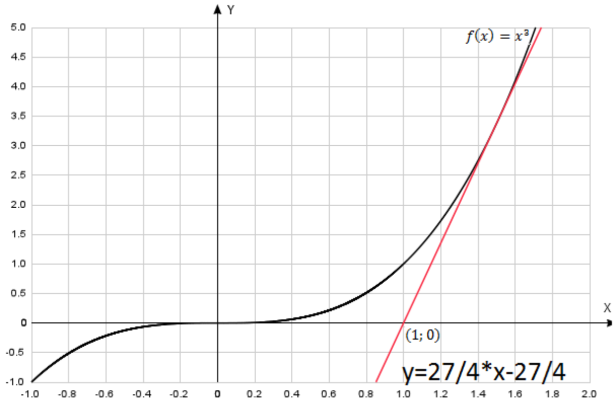

Рис. 4. Иллюстрация к примеру 3

Уравнение касательной:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

Для начала расчетов примем, что точка (1;0) удовлетворяет условию уровнения касательной, отсюда следует:

$$0 = f(x_0) + f'(x_0)(1 - x_0)$$

Упрощаем полученное уравнение:

$$0 = x_0^3 + 3x_0^2(1 - x_0)$$

$$x_0^2(3 - 2x_0) = 0$$

$$x_0 = 0 \text{ или } x_0 = \frac{3}{2}$$

Подтверждаем, что имеется две касательных, где первая касательная:

если $x_0 = 0$, то f и $f' = 0$, значит $y = 0$

вторая касательная:

если $x_0 = \frac{3}{2}$, то подставив это значение в производную, получим:

$$y = (\frac{3}{2})^3 + 3(\frac{3}{2})^3(x - \frac{3}{2})$$

После упрощения получаем:

$y = \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$

Ответом являются две касательные $y = 0$ и $y = \frac{27}{4}x - \frac{27}{4}$

5. Методика нахождения касательной, пример 4

Пример 4: на исходной кривой $y = f(x)$ найти число точек, в каждой из которых угол наклона касательной равен $arctg\frac{3}{2}$

$y = f'(x), x \in [-3;4]$

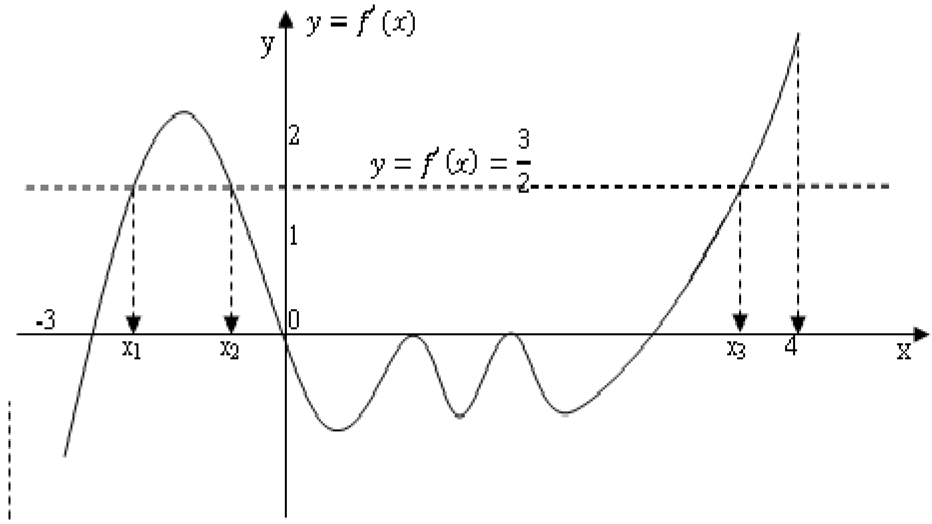

Рис. 5. Иллюстрация к примеру 4

Для решения этой задачи приведем геометрический смысл производной

$f'(x_0) = tg\alpha$ – тангенс угла наклона касательной. Угол $\alpha = arctg\frac{3}{2} \Leftrightarrow tg\alpha = \frac{3}{2}$, значит:

$$f'(x) = \frac{3}{2}$$

Найдем число точек пересечения на графике, 3 точки.

Итак, мы вспомнили уравнение касательной, рассмотрели типовые задачи на касательную.

IV. Домашнее задание: на 25.05.2020

1 учебник § 48 повторить

1. Найти уравнение касательной к графику функции и площадь треугольника между касательной и осями координат:

а) $y = \frac{x^2}{3} + 2x, x_0 = -\frac{1}{2}$;

б) $y = \frac{1}{2x} - 5, x_0 = 4$;

в) $y = \ln x, x_0 = 0{,}18$;

2. Найти уравнение касательной к графику функции, если задан угол наклона касательной:

а) $y = \sin x, x \in [-\pi; \pi], \alpha = 30°$;

б) $y = 2^{x+1}, \alpha = 60°$;

в) $y = \log_{\frac{2}{3}}(x^3 + 2x^2 - 1), \alpha = 60°$;

3. Найти уравнение касательной к графику функции из точки, не лежащей на кривой:

а) $y = x^3 - 2x, M(-1;4)$;

б) $y = \frac{1}{x} - x^2 - 2, M(3;0)$;

в) $y = x^5 + 5^{3x+1}, M(0;0)$;

2. **Выполните тестирование на ЯКлассе , пройдя по ссылке, отправленной на адрес Вашей электронной почты**

Тест расположен на портале ЯКласс, **доступен с 22.05 10:00 по 24.05 18:00** содержит 4 задания , по времени не более 20 минут. ***Две попытки, засчитывается лучший результат*** Рекомендуется выполнять во второй половине дня, когда портал испытывает меньшую нагрузку

Фото/или скриншот классной работы и домашнего задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru