**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение**
**средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края**

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

# Конспект урока

| | |
|---|---|
| **Предмет** | Геометрия |
| **Класс** | 8Б |
| **Учитель** | А.В.Гусева |
| **Дата урока** | 27.05. 2020 |
| **Тема урока** | Повторение. Декартовы координаты на плоскости |
| **Основной вид учебной деятельности** | Урок закрепления и систематизации знаний |

### Ход урока

**I. Организационный этап.**

- Доброе утро, ребята!

**II. Обобщение и систематизация знаний**

Откройте учебник геометрии на стр. 107 прочтите теоретический материал § 6 п.71-74

## Основные сведения о координатах вектора (напоминание)

Любой вектор $\overline{p}$ разлагается по векторам $\overline{i}$ и $\overline{j}$ однозначно:
$\overline{p} = x\overline{i} + y\overline{j}$; $\overline{p}\{x, y\}$.

Если известно начало вектора – точка $A(x_1,y_1)$ и конец вектора – точка $B(x_2,y_2)$, то координаты вектора $\overline{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$, то есть из координат конца нужно вычесть координаты начала.
Через координаты векторов мы умеем находить их сумму, разность и произведение на число.
Пользуясь всем этим, рассмотрим три опорные задачи:

## Координаты середины отрезка

**Задача 1**. Координаты середины отрезка.
Дано: отрезок *AB*; $A(x_1,y_1)$; $B(x_2,y_2)$; *C* – середина *AB*.
Найти: координаты точки $C$.
Решение (рис. 1):

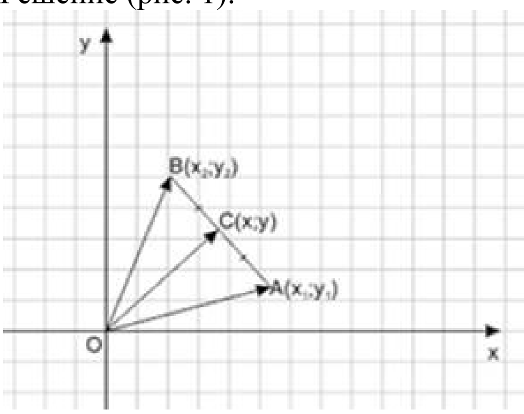


Рис. 1. Иллюстрация к задаче

Построим векторы $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ и $\overline{OC}$.
Найдем вектор $\overline{OC}$:
$\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC}$.
Другим путем:
$\overline{OC} = \overline{OB} + \overline{BC}$.
Сложим:

$$\begin{cases} \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AC}, \\ \qquad + \\ \overline{OC} = \overline{OB} + \overline{BC}; \end{cases}$$

$$2\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB} + \left(\overline{AC} + \overline{BC}\right).$$

Так как $C$ – середина отрезка и векторы $\overline{AC}$ и $\overline{BC}$ противонаправлены, то $\overline{AC} + \overline{BC} = \overline{0}$, следовательно $\overline{OC} = \frac{1}{2}(\overline{OA} + \overline{OB})$.
Найдем координаты вектора $\overline{OC}$.
Координаты вектора $\overline{OA}$ совпадают с координатами точки $A$, координаты вектора $\overline{OB}$ совпадают с координатами точки $B$.

$$\frac{1}{2}\left(\overline{OA} + \overline{OB}\right) = \frac{1}{2}\left(x_1\overline{i} + y_1\overline{j} + x_2\overline{i} + y_2\overline{j}\right) = \frac{1}{2}\left((x_1 + x_2)\overline{i} + (y_1 + y_2)\overline{j}\right);$$

$$\overline{OC}\left\{\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right\}.$$

Координаты вектора $\overline{OC}$ совпадают с координатами точки $C$, следовательно

$$C\left\{\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right\}.$$

## Определение длины вектора

**Задача 2.** Вычисление длины вектора по его координатам.
Дано: вектор $\overline{a}\{x_1; y_1\}$.
Найти: длину вектора $\overline{a}$.
Решение (рис. 2):

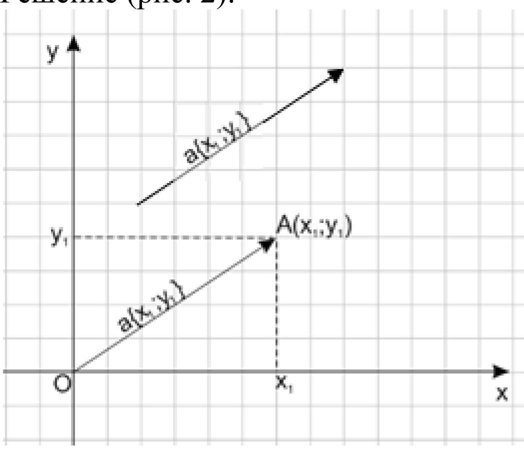


Рис. 2. Иллюстрация к задаче

Задан вектор $\overline{a}$, отложим его от начала координат, получим вектор $\overline{a}$ с началом в точке $O$ и концом в точке $A$.
$x_1$ – это проекция на ось $x$;
$y_1$ – это проекция на ось $y$.
По теореме Пифагора $OA = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$.
Если вектор $\overline{a}$ задан своими координатами, то его длина находится по формуле:
$|\overline{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$.

## Формула расстояния между точками

**Задача 3.** Вычисление расстояния между точками.
Дано: точки $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$.
Найти: расстояние $d$ между точками.
Решение (рис. 3):

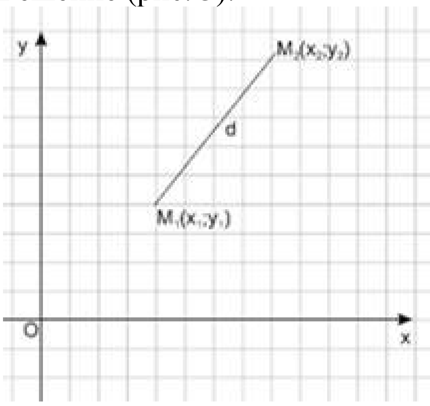


Рис. 3. Иллюстрация к задаче

Рассмотрим вектор $\overline{M_1M_2}$. Из координат конца вычтем координаты начала:
$\overline{M_1M_2} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1\}$.
Теперь нужно найти длину этого вектора.
Для этого отложим его от начала координат (рис. 4).

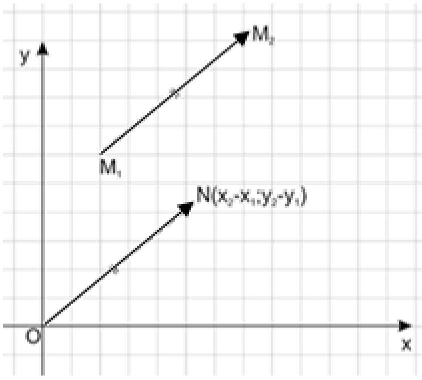


Рис. 4. Иллюстрация к задаче

Получаем точки $O$ и $N$.
$\overline{M_1M_2} = \overline{ON}$; $|\overline{M_1M_2}| = |\overline{ON}|$.
Раз векторы равны, то координаты точки $N$ $(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ равны координатам вектора $\overline{M_1M_2}$.
$d = |\overline{M_1M_2}| = |\overline{ON}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.
(По формуле, полученной в задаче 2).

## Решение задач

**Задача 4.**
Дано: отрезок $AB$, точка $B(4; 7)$ и точка $M(-3; -2)$ - середина $AB$.
Найти: координаты точки $A$.
Решение (рис. 5):


Рис. 5. Иллюстрация к задаче

Каждая координата точки $M$ равна полусумме соответствующих координат точек $A$ и $B$:

$$\begin{cases} -3 = \dfrac{x+4}{2}, \\ -2 = \dfrac{y+7}{2}. \end{cases}$$

Находим $x$ и $y$:

$$\begin{cases} x+4=-6, \\ y+7=-4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-10, \\ y=-11. \end{cases}$$

Ответ: $A(-10;-11)$.

**Задача 5.**

Дано: $A(2;7)$; $B(-2;7)$.

Найти: расстояние $d = AB$.

Решение (рис. 6):


Рис. 6. Иллюстрация к задаче

$d = AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{16} = 4.$

Ответ: $d = 4$.

**Заключение**

Итак, мы рассмотрели три простейшие опорные задачи и применили их для решения конкретных примеров. Эти опорные задачи далее будут использоваться при решении более сложных задач.

## III. Контроль и коррекция знаний

**Домашнее задание на 29.05.2020**

1. учебник стр. 72 § 8 п.71 – 74повторить

**Перечертите таблицу в тетрадь и, используя формулы для вычисления координат середины $M$ отрезка $AB$, заполните пустые клетки:**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $A$ | $(2; -3)$ | | $(0; 1)$ | $(0; 0)$ | $(c; d)$ | $(3; 5)$ | $(3t+5; 7)$ | $(1; 3)$ |
| $B$ | $(-3; 1)$ | $(4; 7)$ | | $(-3; 7)$ | | $(3; 8)$ | $(t+7; -7)$ | |
| $M$ | | $(-3; -2)$ | $(3; -5)$ | | $(a; b)$ | | | $(0; 0)$ |

**Даны точки $A\,(0; 1)$ и $B\,(5; -3)$. Найдите координаты точек $C$ и $D$, если известно, что точка $B$ — середина отрезка $AC$, а точка $D$ — середина отрезка $BC$.**

**Найдите длины векторов: а) $\vec{a}\,\{5; 9\}$; б) $\vec{b}\,\{-3; 4\}$; в) $\vec{c}\,\{-10; -10\}$; г) $\vec{d}\,\{10; 17\}$; д) $\vec{e}\,\{11; -11\}$; е) $\vec{f}\,\{10; 0\}$.**

**Найдите расстояние между точками $A$ и $B$, если: а) $A\,(2; 7)$, $B\,(-2; 7)$; б) $A\,(-5; 1)$, $B\,(-5; -7)$; в) $A\,(-3; 0)$, $B\,(0; 4)$; г) $A\,(0; 3)$, $B\,(-4; 0)$.**

**Найдите периметр треугольника $MNP$, если $M\,(4; 0)$, $N\,(12; -2)$, $P\,(5; -9)$.**

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение**
**средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края**

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

# Конспект урока

| | |
|---|---|
| **Предмет** | Геометрия |
| **Класс** | 8Б |
| **Учитель** | А.В.Гусева |
| **Дата урока** | 29.05. 2020 |
| **Тема урока** | Повторение. Решение задач по теме Уравнение прямой |
| **Основной вид учебной деятельности** | Урок закрепления и систематизации знаний |

**Ход урока**

**I. Организационный этап.**

- Доброе утро, ребята!

**II. Обобщение и систематизация знаний**

Откройте учебник геометрии на стр. 111 прочтите теоретический материал п.75-78

## Решение задач

**Задача 1.**

Даны координаты вершин трапеции *ABCD*: $A(-2;-2), B(-3;1), C(7;7), D(3;1)$. Напишите уравнения прямых, содержащих

а) диагонали *AC* и *BD*;

б) среднюю линию трапеции.

Решение (рис. 1):

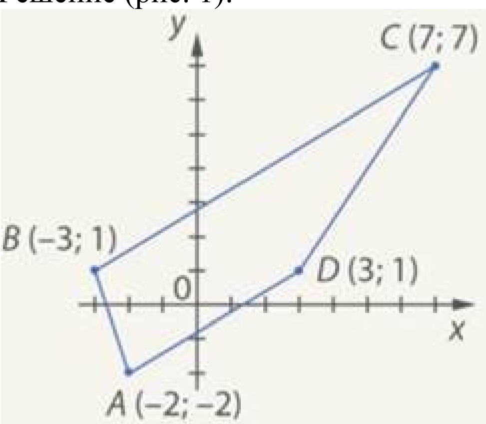


Рис. 1. Иллюстрация к задаче

$ax + by + c = 0 -$ общее уравнение прямой, оно задается конкретной тройкой чисел *a*, *b* и *c*.

а) Найдем уравнение прямой *AC*, для этого в уравнение прямой подставляем координаты точек *A* и *C:*

$$\begin{cases} -2a - 2b + c = 0, \\ 7a + 7b + c = 0. \end{cases}$$

Как и раньше, получили два уравнения с тремя неизвестными, будем решать ее методом алгебраического сложения.

$$\begin{cases} -2a - 2b + c = 0, | \cdot 7 \\ 7a + 7b + c = 0; | \cdot 2 \end{cases} <=> \begin{cases} -14a - 14b + 7c = 0, \\ + \\ 14a + 14b + 2c = 0; \end{cases} => c = 0.$$

Если c=0, то прямая проходит через начало координат. Подставим c в любое уравнение:

$$\begin{cases} c = 0, \\ a = -b \end{cases} => ax - ay = 0 => x = y.$$

Ответ: $x = y.$

б) Найдем уравнение прямой *BD*: точки *B* и *D* имеют одну и ту же ординату, равную 1, поэтому уравнение прямой *BD* $y = 1$.

Ответ: $y = 1.$

в) Найдем координаты точки *M* – середины *CD* и точки *N* – середины *AB:*

$M(5;4), N\left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ (рис. 2).

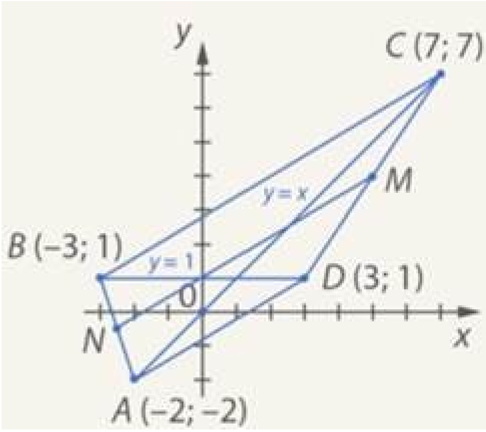


Рис. 2. Иллюстрация к задаче

Подставляем координаты точек *M* и *N* в уравнение $ax + by + c = 0$:

$$\begin{cases} 5a + 4b + c = 0, \\ -\frac{5}{2}a - \frac{1}{2}b + c = 0; | \cdot 2 \end{cases} <=> \begin{cases} 5a + 4b + c = 0, \\ -5a - b + 2c = 0; \end{cases} => b = -c.$$

Подставляем в первое уравнение:

$$\begin{cases} b = -c, \\ 5a - 4c + c = 0; \end{cases} <=> \begin{cases} b = -c, \\ a = \frac{3}{5}c; \end{cases} => \frac{3}{5}cx - cy + c = 0, c \neq 0, => 3x - 5y + 5 = 0.$$

Ответ: $3x - 5y + 5 = 0.$

**Задача 2.**

Найдите координаты точек пересечения прямой $3x - 4y + 12 = 0$ с осями координат. Начертите эту прямую и найдите длину отрезка прямой, отсекаемого осями координат.

Решение:

Определим точки пересечения с осями и построим данную прямую (рис. 3).

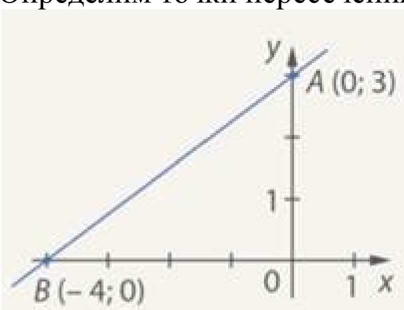


Рис. 3. Иллюстрация к задаче

| | | |
|---|---|---|
| *x* | 0 | - |

| | | |
|---|---|---|
| | | 4 |
| $y$ | 3 | 0 |

A(0; 3), B(-4; 0)

Найдем длину отрезка AB:

$AB = \sqrt{(0+4)^2 + (3-0)^2} = 5.$

Ответ: A(0; 3), B(-4; 0), AB=5.

**Задача 3.**

Найдите координаты точек пересечения прямых $4x + 3y - 6 = 0$ и $2x + y - 4 = 0$.

Координаты искомой точки являются координатами точки пересечения прямых, поэтому они удовлетворяют и первому и второму уравнениям прямых, то есть следует решить систему из двух уравнений:

$\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0\,, \\ 2x + y - 4 = 0; \end{cases} <=> \begin{cases} 4x + 3(4 - 2x) - 6 = 0, \\ y = 4 - 2x; \end{cases} <=> \begin{cases} x = 3, \\ y = -2. \end{cases}$

Координаты точки пересечения прямых $(3;\ -2)$.

Ответ: $(3;\ -2)$.

Роль и смысл коэффициентов в уравнении наклонной прямой

Уравнение наклонной прямой – $y = kx + m.$

В этом уравнении *m* – ордината точки пересечения с осью *Oy*, действительно, $\begin{cases} x = 0, \\ y = m. \end{cases}$

*k* – угловой коэффициент, при *k*>0 функция возрастает, при *k*<0 функция убывает.

**Задача 4.**

Определить знаки *k* и *m* по графику функции $y = kx + m$ (рис. 4).

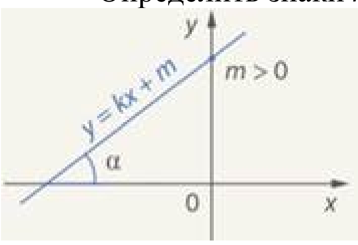


Рис. 4. Иллюстрация к задаче

*k*>0, так как функция возрастает, угол наклона прямой острый, и *m*>0.

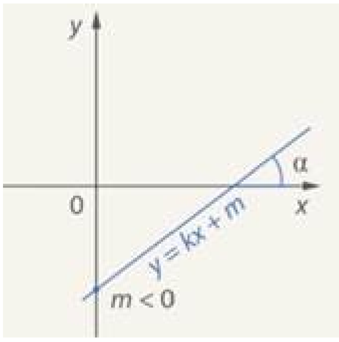


Рис. 5. Иллюстрация к задаче

*k*>0, *m*<0 (рис. 5).

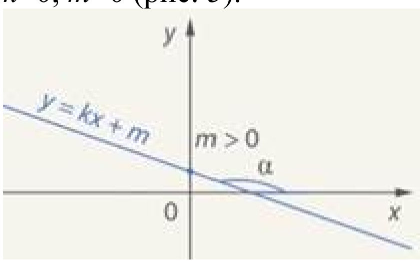


Рис. 6. Иллюстрация к задаче

*k*<0, *m*>0 (рис. 6).

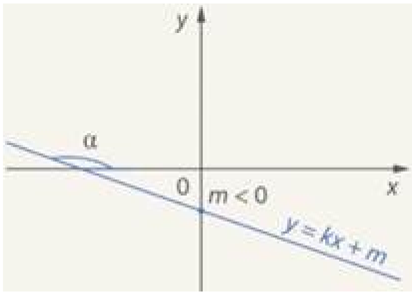


Рис. 7. Иллюстрация к задаче

*k*<0,*m*<0 (рис. 7).

Мы вспомнили смысл коэффициентов в уравнении наклонной прямой и продемонстрировали определение знаков этих коэффициентов по графику функции.

## Взаимное расположение прямых на плоскости

Вспомним теперь взаимное расположение прямых на плоскости.

Пусть две прямые заданы уравнениями: $y = k_1x + m_1$ и $y = k_2x + m_2$.

1. Прямые пересекаются, система
$\begin{cases} y = k_1x + m_1, \\ y = k_2x + m_2 \end{cases}$ имеет единственное решение $(x_0;\ y_0)$ (рис. 8).

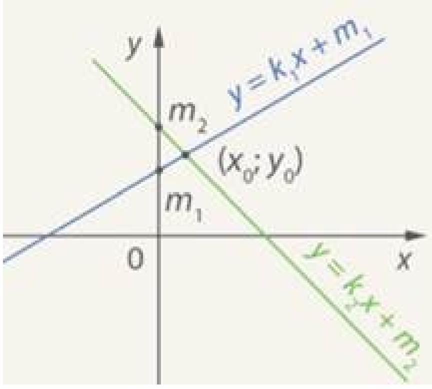


Рис. 8. Иллюстрация к задаче

Прямые пересекаются $<=>$ $k_1 \neq k_2$.

2. $\begin{cases} y = k_1x + m_1, \\ y = k_2x + m_2; \end{cases}$ $\begin{cases} k_1 = k_2 \\ m_1 \neq m_2. \end{cases}$

В этом случае прямые параллельны, система не имеет решений (рис. 9).

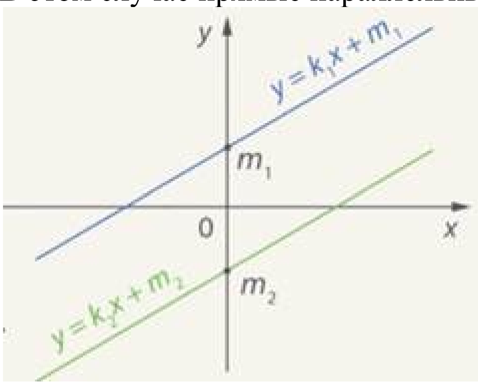


Рис. 9. Иллюстрация к задаче

3. $\begin{cases} y = k_1x + m_1, \\ y = k_2x + m_2; \end{cases}$ $\begin{cases} k_1 = k_2 \\ m_1 = m_2. \end{cases}$

Прямые совпадают, система имеет бесчисленное множество решений $\begin{cases} x \epsilon R, \\ y = k_1x + m_1 \end{cases}$ (рис. 10).

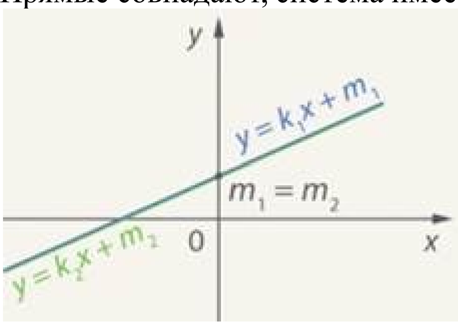


Рис. 10. Иллюстрация к задаче

Переход от общего уравнения прямой к уравнению наклонной прямой

$ax + by + c = 0 -$ общее уравнение прямой, если $b \neq 0,$ то можно перейти к уравнению наклонной прямой:

$by = -ax - c;$

Делим уравнение на $b$:

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b};$

обозначим

$k = -\frac{a}{b};\ \ m = -\frac{c}{b}$

и получим $y = kx + m.$

**Примеры на определение взаимного расположения прямых и числа решений системы**

**Задача.**

Не выполняя построения, укажите взаимное расположение прямых и число решений системы.

1. $\begin{cases} y = 2x - 4, \\ y = 2x + 1. \end{cases}$

Решение:

$k_1 = k_2, m_1 \neq m_2 =>$ прямые параллельны, система решений не имеет.

2. $\begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0, \\ 4x + 6y - 8 = 0. \end{cases}$

Решение:

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} =>$ прямые совпадают, система имеет бесчисленное множество решений.

3. $\begin{cases} 2x + 3y - 4 = 0, \\ 4x + 6y - 5 = 0. \end{cases}$

Решение:

$\frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{-4}{-5} =>$ прямые параллельны, система решений не имеет.

4. $\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0, \\ 2x + y - 4 = 0. \end{cases}$

Решение:

$\frac{4}{2} \neq \frac{3}{1} =>$ прямые пересекаются, система имеет одно решение.

**IV. Контроль и коррекция знаний**

**Домашнее задание на лето**

Получить непередаваемые ощущения и впечатления от отдыха.
Насладиться беспечностью.
Получить неимоверный заряд энергии и восполнить баланс сил.
Набраться положительных эмоций и зарядиться хорошим настроением.
Отдыхайте и веселитесь, скоро увидимся!