муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края
357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Геометрия
Класс	8А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	22.04. 2020
Тема урока	Понятие вектора
Основной вид учебной деятельности	Урок изучения нового материала

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!

II. Изучение нового материала.

Откройте учебник геометрии на стр. 138 прочтите теоретический материал п.91,92,93
Или пройдите по ссылке
https://resh.edu.ru/subject/lesson/2506/main/

Понятие вектора. Равенство векторов. Откладывание вектора от данной точки.

Некоторые физические величины, например, сила или скорость характеризуются не только числовым значением, но и направлением. Такие величины называются векторными: $\vec{F}$ – сила, $\vec{v}$ – скорость.

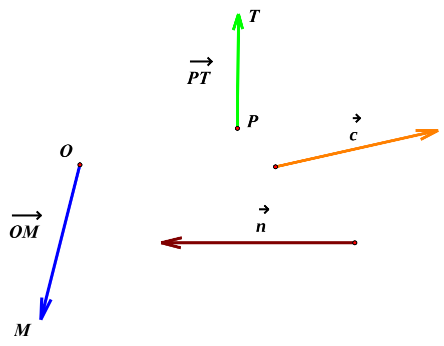
Дадим геометрическое определение вектора.

Вектором называется отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек считается началом, а какая – концом.

На чертежах вектор изображается отрезком со стрелкой, указывающей конец вектора. Вектор обозначают двумя заглавными латинскими буквами со стрелкой над ними. Первая буква обозначает начало вектора, вторая – конец.

A **- начало вектора**
B **- конец вектора**

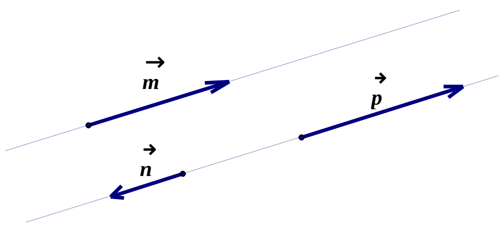
Вектор можно обозначить и одной строчной латинской буквой со стрелкой над ней.



Длиной вектора называется длина отрезка, который изображает этот вектор. Для обозначения длины вектора используют вертикальные скобки.

Вектор, у которого конец совпадает с началом, называется ***нулевым*** вектором. Нулевой вектор изображается точкой и обозначается двумя одинаковыми буквами или нулём со стрелкой над ним. Длина нулевого вектора равна нулю: $|\vec{0}|= 0$.

Введём понятие ***коллинеарных*** векторов. Ненулевые векторы называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Нулевой вектор считают коллинеарным любому вектору.



Если ненулевые коллинеарные векторы имеют одинаковое направление, то такие векторы будут сонаправленными. Если их направления противоположны – они называются противоположно направленными.

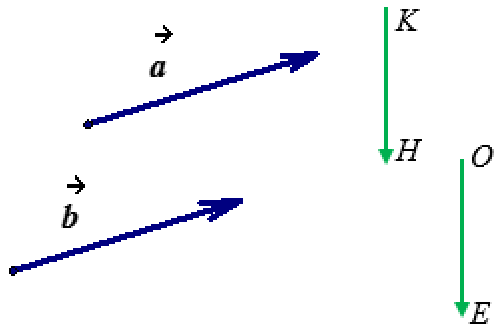
Для обозначения сонаправленных и противоположно направленных векторов существуют специальные обозначения:

- $\vec{m} \uparrow\uparrow \vec{p}$, если векторы $\vec{m}$ и $\vec{p}$ сонаправлены;

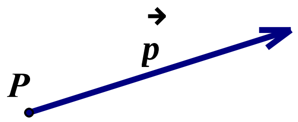
- $\vec{m} \uparrow\downarrow \vec{n}$, если векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ противоположно направлены.

Рассмотрим движение автомобиля. Скорость каждой его точки является векторной величиной и изображается направленным отрезком. Так как все точки автомобиля движутся с одинаковой скоростью, то все направленные отрезки, изображающие скорости разных точек, имеют одинаковое направление и их длины равны. Этот пример даёт нам подсказку, как определить равенство векторов.

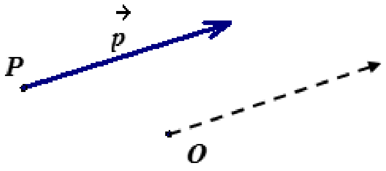
Два вектора называются равными, если они сонаправлены и их длины равны. Равенство векторов можно записать с помощью знака равно: $\vec{a} = \vec{b}$, $\overrightarrow{KH} = \overrightarrow{OE}$



Если точка P начало вектора $\vec{p}$, то считают, что вектор $\vec{p}$ отложен от точки P.



Докажем, что от любой точки *O* можно отложить вектор, равный данному вектору $\vec{p}$, и притом только один.

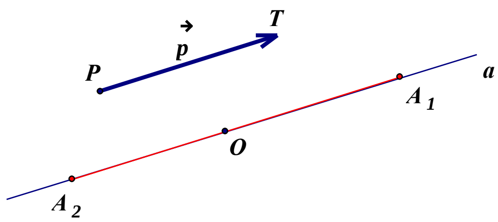


Доказательство:

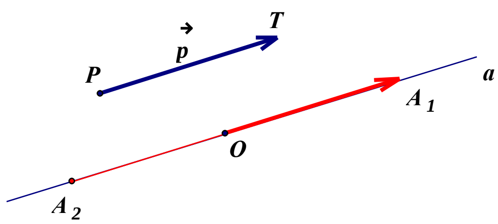
1) Если $\vec{p}$ – нулевой вектор, то $\overrightarrow{OO} = \vec{p}$.

2) Если вектор $\vec{p}$ ненулевой, точка *P* – начало этого вектора, а точка T – конец.

Проведём через точку *O* прямую, параллельную *PT*. На построенной прямой отложим отрезки OA_1 и OA_2, равные отрезку *PT*.



Выберем из векторов OA_1 и OA_2 вектор, который сонаправлен с вектором $\vec{p}$. На нашем чертеже это вектор OA_1. Этот вектор будет равен вектору $\vec{p}$. Из построения следует, что такой вектор единственный.



Формула для нахождения длины вектора $\vec{a} = (a_x, a_y)$ по его координатам на плоскости имеет вид $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^{\ 2} + a_y^{\ 2}}$.

Пример.

Найдите длину вектора $\vec{a} = (7, \sqrt{e})$, заданного в декартовой системе координат.

Решение.

Сразу применяем формулу для нахождения длины вектора по координатам $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x^{\ 2} + a_y^{\ 2}}$:

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{7^2 + \left(\sqrt{e}\right)^2} = \sqrt{49 + e}$$

Ответ:

$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{49 + e}$.

Если на плоскости заданы точки $A(a_x, a_y)$ и $B(b_x, b_y)$, то вектор $\vec{AB}$ имеет координаты $(b_x - a_x, b_y - a_y)$ и его длина вычисляется по формуле $\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$, а формула для нахождения длины вектора $\vec{AB}$ по координатам точек $A(a_x, a_y, a_z)$ и $B(b_x, b_y, b_z)$ трехмерного пространства имеет вид $\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2 + (b_z - a_z)^2}$.

<u>**Пример**</u> Найдите длину вектора $\vec{AB}$, если в прямоугольной декартовой системе координат $A(1, \sqrt{3})$, $B(-3, 1)$.

Решение.

Можно сразу применить формулу для нахождения длины вектора по координатам точек начала и конца на плоскости $\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$:

$$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(-3 - 1)^2 + \left(1 - \sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16 + 1 - 2\sqrt{3} + 3} = \sqrt{20 - 2\sqrt{3}}$$

Вторым вариантом решения является определение координат вектора через координаты точек и применение формулы $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2}$:

$$\vec{AB} = \left(-3-1, 1-\sqrt{3}\right) = \left(-4, 1-\sqrt{3}\right)$$

$$\left|\vec{AB}\right| = \sqrt{(-4)^2 + \left(1-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{20-2\sqrt{3}}$$

III. Контроль и коррекция знаний

Домашнее задание на 24.04: учебник § 10 п.91, 92, 92 , выписать основные определения и формулы № 1, 3, 6 (в задаче воспользуйтесь определением равных векторов)

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края
357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Геометрия
Класс	8А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	24.04.2020
Тема урока	Действия над векторами
Основной вид учебной деятельности	Урок изучения нового материала

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!
- Перед изучением нового материала вспомните:
  - Что называется вектором?
  - Какие вектора называют коллинеарными?
  - Какие вектора называют сонаправленными?
  - Какие вектора называют равными?
  - Как найти длину вектора?

II. Изучение нового материала.

Откройте учебник геометрии на стр. 138 прочтите теоретический материал п.94, 95, 96

Или пройдите по ссылке

https://resh.edu.ru/subject/lesson/2030/start/

https://resh.edu.ru/subject/lesson/3037/main/

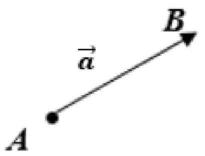
Сумма векторов. Правило треугольника. Законы сложения векторов. Правило параллелограмма. Сумма нескольких векторов.

Рассмотрим ситуацию.

Стартовав из пункта A, туристы прошли 4 километра на запад, а затем 3 километра на север. В результате этих двух перемещений туристы переместились из пункта A в пункт C. Поэтому результирующее перемещение можно представить вектором $\overrightarrow{AC}$. Перемещение из пункта A в пункт C складывается из перемещения из пункта A в пункт B и перемещения из пункта B в пункт C, поэтому вектор $\overrightarrow{AC}$ естественно назвать суммой векторов $\overrightarrow{AB}$и $\overrightarrow{BC}$.

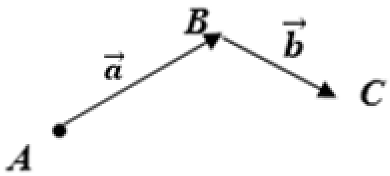
Этот пример приводит нас к понятию суммы векторов: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

Даны два вектора: $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим произвольную точку A и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{a}$.



$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}$$

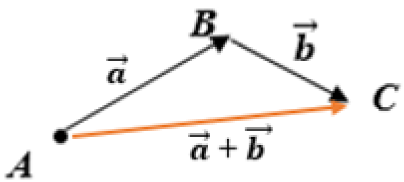
Затем от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC}$, равный вектору $\vec{b}$.



$$\overrightarrow{BC} = \vec{b}.$$

Вектор $\overrightarrow{AC}$ называется суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Это правило сложения векторов называется правилом треугольника.



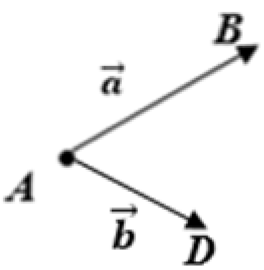
$$\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}.$$

Правило треугольника можно сформулировать следующим образом: для произвольных точек A, B и C сумма векторов $\overrightarrow{AB}$и $\overrightarrow{BC}$ равна вектору $\overrightarrow{AC}$: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

Складывая по правилу треугольника произвольный вектор $\vec{a}$ с нулевым вектором, получаем, что для любого вектора $\vec{a}$ справедливо равенство $\vec{a}+\vec{0}=\vec{a}$.

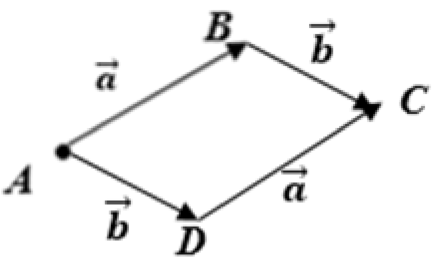
Докажем законы сложения векторов: переместительный и сочетательный.

От произвольной точки A отложим векторы $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{a}$ и вектор $\overrightarrow{AD}$, равный вектору $\vec{b}$.

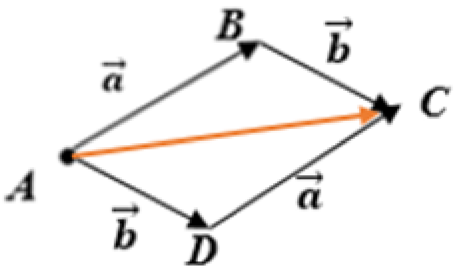


$$\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}.$$

На векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$ построим параллелограмм $ABCD$.



По правилу треугольника вектор $\overrightarrow{AC}$ равен сумме векторов $\overrightarrow{AB}$*и* $\overrightarrow{BC}$. С другой стороны, вектор $\overrightarrow{AC}$ равен сумме векторов $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{DC}$.



$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \vec{a} + \vec{b}.$

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \vec{b} + \vec{a}$.

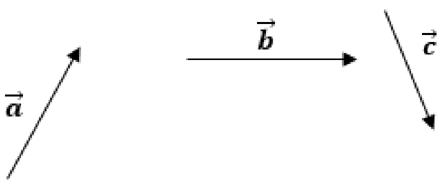
$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (**переместительный закон**)

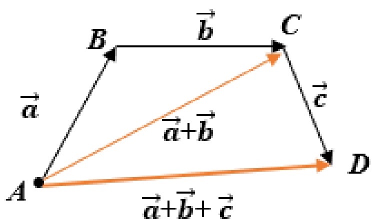
При доказательстве переместительного закона сложения векторов мы обосновали правило сложения неколлинеарных векторов – правило параллелограмма.

Чтобы сложить неколлинеарные векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, нужно выбрать произвольную точку и отложить от неё векторы, равные данным. На этих векторах построить параллелограмм. Вектор с началом в выбранной точке и являющийся диагональю параллелограмма, будет суммой данных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$**.**

Докажем ещё одно свойство сложения векторов: сочетательный закон.

Выберем произвольную точку A и отложим от неё вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$, от точки B – вектор $\overrightarrow{BC}$, равный вектору $\vec{b}$, а от точки C – вектор $\overrightarrow{CD}$, равный вектору $\vec{c}$.





Пользуясь правилом треугольника, найдём значения суммы трёх данных векторов.

$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}.$

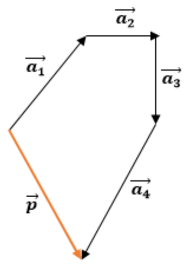
Найдём сумму этих же векторов, изменив порядок действий.

Построим сумму векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$, а затем к вектору $\vec{a}$ прибавим получившийся результат.

$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}) = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$.

Мы доказали, что сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.

При сложении нескольких векторов пользуются правилом многоугольника: при сложении векторов их последовательно откладывают один за другим, так чтобы начало следующего вектора совпадало с концом предыдущего. Вектор, соединяющий начало первого вектора с концом последнего, будет суммой данных векторов.



$$\vec{p} = \vec{a_1} + \vec{a_2} + \vec{a_3} + \vec{a_4} + \vec{a_5}$$

координаты суммы векторов $\vec{a}$ **и** $\vec{b}$ **равны сумме соответствующих координат векторов** $\vec{a}$ **и** $\vec{b}$,

а **координаты произведения вектора** $\vec{a}$ **на число** λ **равны соответствующим координатам вектора** $\vec{a}$**, умноженным на это число** в заданной системе координат.

Если требуется найти координаты суммы нескольких векторов, то они будут равны сумме соответствующих координат каждого из векторов.

Разберем решения нескольких примеров.

Пример.

Выполните операцию сложения векторов $\vec{a} = \left(2, \frac{\sqrt{3}-1}{3}\right)$ и $\vec{b} = \left(-1, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, а также найдите координаты произведения вектора $\vec{a}$ на число $\sqrt{3}$.

Решение.

Так как координаты суммы векторов равны сумме соответствующих координат каждого из векторов, то $\vec{a} + \vec{b} = \left(2 + (-1), \frac{\sqrt{3}-1}{3} + \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right) = \left(1, -\frac{1}{3}\right)$.

При выполнении операции умножения вектора на число, умножаем на это число каждую координату: $\sqrt{3}\cdot\vec{a}=\left(\sqrt{3}\cdot 2, \sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}-1}{3}\right)=\left(2\sqrt{3}, \frac{3-\sqrt{3}}{3}\right)$.

Ответ:

$$\vec{a}+\vec{b}=\left(1, -\frac{1}{3}\right), \quad \sqrt{3}\cdot\vec{a}=\left(2\sqrt{3}, \frac{3-\sqrt{3}}{3}\right).$$

Пример.

В прямоугольной системе координат заданы векторы $\vec{a}=(0, 1, -2), \quad \vec{b}=(-1, -1, 3), \quad \vec{c}=(4, -3, 2)$, найдите координаты вектора $2\cdot\vec{a}+3\cdot\left(\vec{b}-\vec{c}\right)$, выполнив необходимые операции.

Решение.

Используя свойства операций над векторами, мы можем записать $2\cdot\vec{a}+3\cdot\left(\vec{b}-\vec{c}\right)=2\cdot\vec{a}+3\cdot\vec{b}+(-3)\cdot\vec{c}$. Теперь выполняем необходимые операции в координатах:

$$\begin{aligned}
&2\cdot\vec{a}+3\cdot\vec{b}+(-3)\cdot\vec{c}=2\cdot(0, 1, -2)+3\cdot(-1, -1, 3)+(-3)\cdot(4, -3, 2)=\\
&=(2\cdot 0, 2\cdot 1, 2\cdot(-2))+(3\cdot(-1), 3\cdot(-1), 3\cdot 3)+((-3)\cdot 4, (-3)\cdot(-3), (-3)\cdot 2)=\\
&=(0, 2, -4)+(-3, -3, 9)+(-12, 9, -6)=\\
&=(0+(-3)+(-12), 2+(-3)+9, -4+9+(-6))=(-15, 8, -1)
\end{aligned}$$

Можно было поступить и иначе.

Разложения векторов $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ имеют вид

$$\vec{a}=0\cdot\vec{i}+1\cdot\vec{j}+(-2)\cdot\vec{k}=\vec{j}-2\cdot\vec{k}$$

$$\vec{b}=(-1)\cdot\vec{i}+(-1)\cdot\vec{j}+3\cdot\vec{k}=-\vec{i}-\vec{j}+3\cdot\vec{k}$$

$$\vec{c}=4\cdot\vec{i}+(-3)\cdot\vec{j}+2\cdot\vec{k}=4\cdot\vec{i}-3\cdot\vec{j}+2\cdot\vec{k}$$

Выполним требуемые операции над векторами, использую свойства векторов:

$$2\cdot\vec{a}+3\cdot\left(\vec{b}-\vec{c}\right)=2\cdot\left(\vec{j}-2\cdot\vec{k}\right)+3\cdot\left(-\vec{i}-\vec{j}+3\cdot\vec{k}-\left(4\cdot\vec{i}-3\cdot\vec{j}+2\cdot\vec{k}\right)\right)=$$

$$=2\cdot\vec{j}-4\cdot\vec{k}+3\cdot\left(-5\cdot\vec{i}+2\cdot\vec{j}+1\cdot\vec{k}\right)=-15\cdot\vec{i}+8\cdot\vec{j}-\vec{k}$$

Таким образом, координатами вектора $2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \left(\vec{b} - \vec{c}\right)$ являются $(-15, 8, -1)$.

Ответ:

$$2 \cdot \vec{a} + 3 \cdot \left(\vec{b} - \vec{c}\right) = (-15, 8, -1)$$

.

Домашнее задание на 27.04: учебник § 10 п.94, 95, 96 Выучить формулы и основные определения № 8(2), 10(2), 19

Фото/или скриншот **домашнего** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru