муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	20.04.2020
Тема урока	Повторение курса: Выражения и преобразования
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята! Во время сегодняшнего занятия мы обобщим материал по следующим темам: Пропорция и ее применение в задачах с практическим содержанием;
Понятие процент от числа, нахождение числа по его проценту
Правила действий со степенью
Применение формул сокращенного умножения для преобразования выражений

II. Обобщение и систематизация материала

ПРАВИЛО: Основное свойство пропорции: произведение крайних членов пропорции равно произведению средних ее членов.
Правило нахождение числа по его проценту Чтобы найти число по его указанному проц енту, нужно заданное число разделить на заданную величину процента, а результат умножить на 100.

<u>Задача 1</u>. Толщина 300 листов бумаги для принтера составляет 3, 3 см. Какую толщину будет иметь пачка из 500 листов такой же бумаги?
Решение. Пусть x см — толщина пачки бумаги из 500 листов. Двумя способами найдем толщину одного листа бумаги:
3,3**:**300 или x**:**500.
Так как листы бумаги одинаковые, то эти два отношения равны между собой. Получаем пропорцию (*напоминание: пропорция — это равенство двух отношений*):
3,3**:**300=x**:**500. Неизвестный средний член пропорции равен произведению крайних членов пропорции, деленному на известный средний член
<u>Задача 2.</u> Сколько воды содержится в 5 кг арбуза, если известно, что арбуз состоит на 98% из воды?
Решение.
Вся масса арбуза (5 кг) составляет 100%. Вода составит x кг или 98%. Двумя способами можно найти, сколько кг приходится на 1% массы.
5**:**100 или x**:**98. Получаем пропорцию:
5**:**100 = x**:**98.
x=(5·98)**:**100;
<u>x=4,9</u> **Ответ: в 5кг** арбуза содержится **4,9 кг воды**.
<u>Задача 3.</u> Масса 21 литра нефти составляет 16,8 кг. Какова масса 35 литров нефти?
Решение.

усть масса 35 литров нефти составляет х кг. Тогда двумя способами можно найти массу 1 литра нефти:
16,8**:**21 или х**:**35. Получаем пропорцию:
16,8**:**21=х**:**35.

$$x = \frac{16{,}8 \cdot \cancelto{5}{35}}{\cancelto{3}{21}};$$

$$x = \frac{\cancelto{56}{168} \cdot \cancelto{1}{5}}{\cancelto{1}{3} \cdot \cancelto{2}{10}};$$

$$\underline{x = 28.}$$

Ответ: 35 литров нефти имеют массу **28 кг.**

<u>Задача 4.</u> После того, как было вспахано 82% всего поля, осталось вспахать еще 9 га. Какова площадь всего поля?

Решение.

Пусть площадь всего поля х га, что составляет 100%. Осталось вспахать 9 га, что составляет 100% — 82% = 18% всего поля. Двумя способами выразим 1% площади поля. Это:

х**:**100 или 9**:**18. Составляем пропорцию:
х**:**100 = 9**:**18.
.
Ответ: площадь всего поля **50 га.**

<u>Правила действий со степенью</u>

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $\qquad$ $b \cdot b^2 \cdot b^3 \cdot b^4 \cdot b^5 = b^{1+2+3+4+5} = b^{15}$

$a^m : a^n = a^{m-n}$ $\qquad$ $(2b)^5 : (2b)^3 = (2b)^{5-3} = (2b)^2$

$4^{5m+6} \cdot 4^{m+2} : 4^{4m+3} = 4^{5m+6+m+2} : 4^{4m+3} = 4^{6m+8-4m-3} = 4^{2m+5}$

$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ $\qquad$ $(a^4)^6 = a^{4 \cdot 6} = a^{24}$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ $\qquad$ $(6 \cdot a^2 \cdot b^3 \cdot c)^2 = 6^2 \cdot a^{2 \cdot 2} \cdot b^{3 \cdot 2} \cdot c^{1 \cdot 2} = 36\, a^4 \cdot b^6 \cdot c^2$

Домашнее задание на 23.04

Выучить правила в конспекте №№1244, 1248, 1256, 1257

Решить задачи

1. Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25% ?
2. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?
3. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?
4. В обменном пункте 1 гривна стоит 3 рубля 70 копеек. Отдыхающие обменяли рубли на гривны и купили 3 кг помидоров по цене 4 гривны за 1 кг. Во сколько рублей обошлась им эта покупка? Ответ округлите до целого числа.
5. Найдите значение выражения $\dfrac{4^{3,5} \cdot 5^{2,5}}{20^{1,5}}$.
6. Найдите значение выражения $\left(\dfrac{9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{9}}\right)^3$.

Фото/или скриншот **<u>домашнего</u>** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	23.04.2020
Тема урока	Повторение курса: Выражения и преобразования
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!

Во время сегодняшнего занятия мы обобщим материал по следующим темам:

Преобразование тригонометрических выражений
Логарифмическая функция
Преобразование выражений содержащих логарифмы

II. Обобщение и систематизация материала.

Внимательно прочтите конспект. Пояснения и формулы находятся внутри каждого задания

<u>Задание 1.</u>

Известно, что:

$$\cos\alpha = \frac{1}{3}$$

Определить значения синуса, тангенса и котангенса α, если $360° < \alpha < 540°$.

<u>Решение</u>

Знаая значение одной тригонометрической функции, всегда можно найти значение всех остальных с точностью до знака. Для этого понадобится основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

А также определения тангенса и котангенса для произвольного угла:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

Используем эти инструменты. Подставим значение косинуса в основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2\alpha + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1$$

Упростив, получим:

$$\sin^2\alpha = 1 - \frac{1}{9}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{8}{9}$$

Тогда:

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Мы получили два возможных значения синуса: положительное и отрицательное. Зная дополнительную информацию $360° < \alpha < 540°$, мы можем однозначно выбрать знак. Отмечаем на окружности точки, соответствующие углам $360°$ и $540°$. Угол α находится между ними, т. е. ему соответствуют точки верхней полуокружности (см. рис. 1).

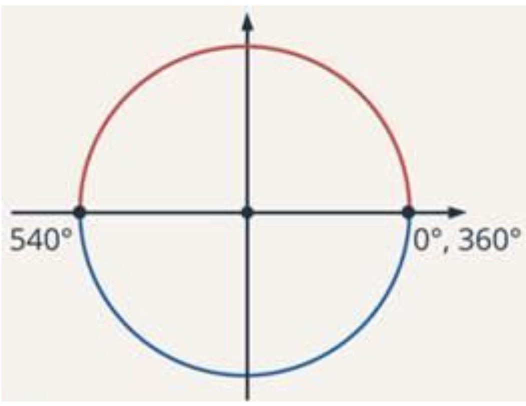

Рис. 1. Иллюстрация к заданию 1

Ординаты всех этих точек положительны, значит, и $\sin\alpha > 0$. Еще говорят так: «угол α лежит в первой или второй четверти. В этих четвертях синус положительный»:

$$\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Осталось найти тангенс и котангенс по определению:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2\sqrt{2}}{3} : \frac{1}{3} = 2\sqrt{2}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{3} : \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Ответ: $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg}\alpha = 2\sqrt{2}$; $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Задание 2

Найти значение выражения:

$$-4\sqrt{3}\sin(-780^\circ)$$

Решение

Идея решения подобных заданий следующая: преобразовать выражение так, чтобы получить острый угол. А затем найти значение функции по таблице:

Для преобразования понадобятся формулы приведения:

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha + 180^\circ) = -\cos\alpha$$

$$\sin(\alpha + 180^\circ) = -\sin\alpha$$

$$\cos(\alpha + 360^\circ) = \cos\alpha$$

$$\sin(\alpha + 360^\circ) = \sin\alpha$$

В задании угол отрицательный (-780°), поэтому начинаем с формул для $-\alpha$:

$$-4\sqrt{3}\sin(-780^\circ) = -4\sqrt{3}\cdot(-\sin 780^\circ) = 4\sqrt{3}\sin 780^\circ$$

Теперь убираем из аргумента периоды (добавление и вычитание целого числа периодов не меняет значение функции):

$$4\sqrt{3}\sin 780^\circ = 4\sqrt{3}\sin(420^\circ + 360^\circ) = 4\sqrt{3}\sin 420^\circ = 4\sqrt{3}\sin(60^\circ + 360^\circ) = 4\sqrt{3}\sin 60^\circ$$

По таблице находим:

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Подставляем в выражение:

$$4\sqrt{3}\sin 60^\circ = 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} = 6$$

Ответ: 6

Отметим, что период 360° (или 2π) для синусов и косинусов мы можем выделять не один раз. Поэтому для больших значений угла удобно его сразу представить в виде $\alpha = 360^\circ\cdot n + x$ (или $\alpha = 2\pi\cdot n + x$ в радианах), где n – некоторое целое число. А для этого следует разделить с остатком значение угла на 360°.

Например, найдем $\cos 4050^\circ$. Делим с остатком 4050 на 360:

$$4050^\circ = 360^\circ\cdot 11 + 90^\circ$$

Получаем:

$$\cos 4050^\circ = \cos(360^\circ\cdot 11 + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0$$

У тангенсов и котангенсов период равен 180° (или π). Соответственно, угол представляем в виде $\alpha = 180^\circ\cdot n + x$ (или $\alpha = \pi\cdot n + x$ в радианах).

Например, вычислим $\operatorname{tg}\frac{13\pi}{3}$:

$$\operatorname{tg}\frac{13\pi}{3} = \operatorname{tg} 4\frac{1}{3}\pi = \operatorname{tg}\left(4\pi + \frac{1}{3}\pi\right) = \operatorname{tg}\frac{1}{3}\pi = \operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$$

Для этого угла можем уже воспользоваться таблицей:

$$\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

Задание 3.

Вычислить: $\operatorname{tg} 13^\circ\cdot\operatorname{tg} 103^\circ$

Ко второму тангенсу применим формулу приведения– вторая четверть, тангенс отрицательный, диаметр вертикальный (см. рис.), функцию меняем:

$$\operatorname{tg} 13^\circ\cdot\operatorname{tg} 103^\circ = \operatorname{tg} 13^\circ\cdot(-\operatorname{ctg} 13^\circ) = -\operatorname{tg} 13^\circ\cdot\operatorname{ctg} 13^\circ = -1$$

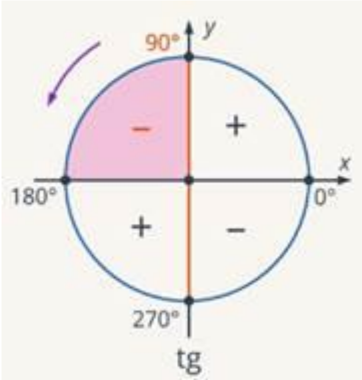

Иллюстрация к заданию 3

Подведем итоги использования формул приведения.

1. Сначала убираем периоды у функций. Для этого представляем угол в виде: $\alpha = 360^\circ \cdot n + x$ (или $\alpha = 2\pi \cdot n + x$) для косинусов и синусов; $\alpha = 180^\circ \cdot n + x$ (или $\alpha = \pi \cdot n + x$) для тангенсов и котангенсов.

2. Выбираем подходящую формулу приведения. При необходимости прибавляем/вычитаем 1 период, заменяем вычитание сложением или наоборот.

3. При наличии тангенсов/котангенсов расписываем их через синус и косинус, к которым применяем формулы приведения. Или же используем готовые формулы приведения для тангенсов и котангенсов.

4. Формулы приведения можно применять и для расчетов. То, что их нужно применить, подскажет следующее: сумма или разность углов будет равна 90° или 180°.

!! Обычно для преобразования выражений, содержащих логарифмы, используется основное логарифмическое тождество $a^{\log_a b}=b$, $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, а также следующие основные свойства логарифмов:

- $\log_a 1=0$ для любого $a>0$, $a\neq 1$.
- $\log_a a=1$ при $a>0$, $a\neq 1$.
- $\log_a a^p=p$, где $a>0$, $a\neq 1$ и p – любое действительное число.
- $\log_a(x\cdot y)=\log_a x+\log_a y$, $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$, $y>0$.
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$, где $a>0$, $a\neq 1$, $x>0$, $y>0$.
- $\log_a b^p=p\cdot\log_a b$, где $a>0$, $a\neq 1$, $b>0$, p - любое действительное число. его следствие $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n}\cdot\log_a b$, где $a>0$, $a\neq 1$, n – натуральное число, большее единицы, $b>0$.

- $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$, где *a>0*, *a≠1*, *b>0*, *c>0*, *c≠1*.
- $b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$, где *a>0*, *a≠1*, *b>0*, *c>0*. **!!**

Задание 4.

Найдите значение Выражения

1) $\log_a(a^4b^9)$, если $\log_b a = \frac{1}{3}$.

Решение:

$$\log_a(a^4b^9) = \log_a a^4 + \log_a b^9 = 4 + 9\log_a b = 4 + \frac{9}{\log_b a} = 4 + \frac{9}{\frac{1}{3}} = 4 + 27 = 31$$

2) $\log_a(ab^{10})$, если $\log_a b = 7$.

Решение:

$$\log_a(ab^{10}) = \log_a a + \log_a b^1 0 = \log_a a + 10\log_a b = 1 + 7 \cdot 10 = 71$$

Задание 5.

Вычислите

$\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.

Пояснение.

$$\log_a \frac{a}{b^3} = \log_a a - 3\log_a b = 1 - 3 \cdot 5 = -14$$

Задание 6. Найдите значение выражения

$(\log_3 81) \cdot (\log_6 216) = 4 \cdot 3 = 12$.

Задание 7. Найдите значение выражения

$7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = 28$

Задание 8. Найдите значение выражения $\log_{20} 400$

Решение: **.** Поскольку 400=20^2, по определению логарифма $\log_{20} 400 = 2$.

Задание 9. Найдите значение выражения

$\log_5 150 - \log_5 6 = \log_5 \frac{150}{6} = \log_5 25 = 2.$

Задание 10. Найдите значение выражения

1) $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 = \log_5 \frac{1}{5} + \log_{1/2} 2^2 = -1 - 2 = -3.$

2) $\log_4 512 - \log_4 2 = \log_4 256 = 4.$

III. Домашнее задание: на 24.04.2020

1. Найдите значение Выражения $\log_a(ab^3)$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.
2. Вычислите

$$\log_a \frac{a^4}{b^6}$$, если $\log_a b = -14$.

3. Найдите значение выражения $(\log_2 16) \cdot (\log_6 36)$.
4. Найдите значение выражения $81^{\log_9 8}$
5. Найдите значение выражения $\log_{0,25} 2$
6. Найдите значение выражения $\log_5 60 - \log_5 12$
7. Найдите значение выражения $\log_{25} 25 + \log_{0,2} 625$.

Найдите значения других трех основных тригонометрических функций, если

$\sin\alpha = \frac{12}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin\alpha = -0{,}6$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

Приведите тригонометрическую функцию произвольного аргумента к тригонометрической функции острого угла:

$\sin 340^\circ$, $\cos\left(-\frac{11\pi}{9}\right)$, $tg(-523^\circ)$, $ctg\,\frac{18\pi}{7}$;

Фото/или скриншот классной работы и домашнего задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru

муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края

357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Алгебра
Класс	11
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	24.04.2020
Тема урока	Повторение курса: Уравнения и неравенства
Основной вид учебной деятельности	Урок обобщения и систематизации знаний

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята! Во время сегодняшнего занятия мы обобщим материал по следующим темам:;

Решение простейших уравнений и неравенств
Решение иррациональных уравнений
Решение показательных уравнений

II. Обобщение и систематизация знаний.

Во время занятия внимательно прочтите конспект и рассмотрите приведенные примеры

Линейное уравнение с одной переменной x – это уравнение вида a·x+b=0, где a и b – некоторые числа, называемые коэффициентами линейного уравнения.

Найдите корень уравнения

0,3·x−0,027=0.   0,3 x = 0,027   X = 0,027 : 0,3   X = 0,09

Квадратное уравнение – это уравнение вида **a·x2+b·x+c=0**, где x – переменная, a, b и c – некоторые числа, причем a отлично от нуля.

Пример.

Найдите корни уравнения $x^2+2\cdot x-6=0$.

Решение.

В этом случае имеем следующие коэффициенты квадратного уравнения: $a=1$, $b=2$ и $c=-6$. Согласно алгоритму, сначала надо вычислить дискриминант, для этого подставляем указанные a, b и c в формулу дискриминанта, имеем $D=b^2-4\cdot a\cdot c=2^2-4\cdot 1\cdot(-6)=4+24=28$. Так как $28>0$, то есть, дискриминант больше нуля, то квадратное уравнение имеет два действительных корня. Найдем их по формуле корней $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2\cdot a}$, получаем $x=\dfrac{-2\pm\sqrt{28}}{2\cdot 1}$, здесь можно упростить полученные выражения, выполнив *вынесение множителя за знак корня* с последующим сокращением дроби:

$x=\dfrac{-2\pm 2\cdot\sqrt{7}}{2}$,

$x=\dfrac{-2+2\cdot\sqrt{7}}{2}$ *или* $x=\dfrac{-2-2\cdot\sqrt{7}}{2}$

$x=-1+\sqrt{7}$ *или* $x=-1+\sqrt{7}$.

Ответ:

$-1+\sqrt{7}$, $-1-\sqrt{7}$.

Рациональные уравнения **- это уравнения, обе части которого являются рациональными выражениями.**
Если хотя бы одна из частей рационального уравнения является дробным выражением, то такое уравнение называется дробно рациональным (или дробным рациональным).

Пример.

Найдите корни дробного рационального уравнения $\frac{(5\cdot x^2-7\cdot x-1)\cdot(x-2)}{x^2+5\cdot x-14}=0$.

Решение.

Сначала найдем корни уравнения $(5\cdot x^2-7\cdot x-1)\cdot(x-2)=0$. Это уравнение равносильно совокупности двух уравнений: квадратного $5\cdot x^2-7\cdot x-1=0$ и линейного $x-2=0$. По формуле корней квадратного уравнения находим два корня $x=\frac{7\pm\sqrt{69}}{10}$, а из второго уравнения имеем $x=2$.

Проверять, не обращается ли в нуль знаменатель при найденных значениях x, достаточно неприятно. А определить область допустимых значений переменной x в исходном уравнении достаточно просто. Поэтому, будем действовать через ОДЗ.

В нашем случае ОДЗ переменной x исходного дробно рационального уравнения составляют все числа, кроме тех, для которых выполняется условие $x^2+5\cdot x-14=0$. Корнями этого квадратного уравнения являются $x=-7$ и $x=2$, откуда делаем вывод про ОДЗ: ее составляют все такие x, что $x\in(-\infty,-7)\cup(-7,2)\cup(2,+\infty)$.

Остается проверить, принадлежат ли найденные корни $x=\frac{7\pm\sqrt{69}}{10}$ и $x=2$ области допустимых значений. Корни $x=\frac{7\pm\sqrt{69}}{10}$ - принадлежат, поэтому, они являются корнями исходного уравнения, а $x=2$ – не принадлежит, поэтому, это посторонний корень.

Ответ:

$x=\frac{7\pm\sqrt{69}}{10}$.

Иррациональные уравнения – это уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня.
В некоторых задачниках можно встретить словосочетание «простейшие иррациональные уравнения». Обычно под простейшими иррациональными уравнениями понимают иррациональные уравнения, которые можно описать формулой $\sqrt{f(x)}=g(x)$ или более общей формулой $\sqrt[n]{f(x)}=g(x)$, где f(x) и g(x) – некоторые рациональные выражения, часто многочлены, причем низких степеней, первой или второй. Вот примеры простейших иррациональных уравнений: $\sqrt{x+1}=2-3\cdot x$, $\sqrt[3]{1+x}=\frac{2}{x-6}$ и т.п.

Пример

Решить иррациональное уравнение $\sqrt{x^2-5}=2$

Решение

Перед нами простейшее иррациональное уравнение с корнем четной степени в левой части и положительным числом в правой части, то есть, уравнение вида $\sqrt[2\cdot k]{f(x)}=C$. Для решения таких уравнений подходит метод решения уравнений по определению корня. Этот метод решения при $C\geq 0$ состоит в переходе к равносильному уравнению $C^{2\cdot k}=f(x)$.

В нашем случае $C=2$ – положительное число, показатель корня $2\cdot k$ равен 2 и $f(x)=x^2-5$. Из уравнения $\sqrt{x^2-5}=2$ и определения арифметического квадратного корня следует, что $2^2=x^2-5$. Это уравнение равносильно исходному уравнению. Решаем его. Равносильные преобразования уравнения позволяют перейти от полученного уравнения к неполному квадратному уравнению $x^2=9$, корни которого очевидны: -3 и 3. Так как последнее уравнение, корни которого мы только что нашли, равносильно исходному уравнению, то исходное уравнение тоже имеет два корня -3 и 3.

Так решено исходное иррациональное уравнение, оно имеет два корня -3 и 3.

Решение заданного уравнения можно было провести, рассматривая заданное уравнение не как уравнение вида $\sqrt[2\cdot k]{f(x)}=C$, а как уравнение более общего вида $\sqrt[2\cdot k]{f(x)}=g(x)$. Покажем такой вариант для ознакомления, но сразу заметим, что на практике к нему прибегать нет смысла, так как решение получается длиннее. Такой подход уместен при решении иррациональных уравнений, в правых частях которых находятся выражения с переменными.

Решаемое иррациональное уравнение соответствует виду $\sqrt[2\cdot k]{f(x)}=g(x)$, показатель корня равен двум (это четное число), $f(x)=x^2-5$ и $g(x)=2$. Из определения квадратного корня следует, что $\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow\begin{cases}g^2(x)=f(x),\\ g(x)\geq 0\end{cases}$. То есть, $\sqrt{x^2-5}=2\Leftrightarrow\begin{cases}2^2=x^2-5,\\ 2\geq 0\end{cases}$. Так решение исходного иррационального уравнения сводится к *решению системы* $\begin{cases}2^2=x^2-5,\\ 2\geq 0\end{cases}$. Так как неравенство $2\geq 0$ верное вне зависимости от значения переменной x, то его можно исключить из системы. То есть, система имеет то же множество решений, что и ее первое уравнение $2^2=x^2-5$. Оно в свою очередь равносильно неполному квадратному уравнению $x^2=9$, откуда находим $x=\pm 3$.

Ответ:

-3, 3.

Обычно считают, что **показательные уравнения** – это уравнения, в которых переменная содержится в показателе степени. Например, $5^{x-3}=25$, $4^x-5\cdot 2^x+4=0$, $(0{,}5)^{2-x}+\frac{5}{(0{,}5)^{x-3}}=28$, $\left(125\cdot 5^{-\frac{5}{x+1}}-4\cdot 5^{\frac{5}{x+1}}-5\right)\cdot\left(4^{x+\sqrt{x^2-2}}-1\right)=0$ - это все показательные уравнения.

Заметим, в вопросе «что такое показательные уравнения» нет строгого единства. Этому свидетельствует тот факт, что определения показательных уравнений, встречающиеся в школьных учебниках и другой математической литературе, отличаются одно от другого. Отличия эти не принципиальные, а касающиеся деталей. При этом взгляд на показательные уравнения как на уравнения с неизвестной величиной в показателе степени является своего рода компромиссным вариантом.

Простейшие показательные уравнения – это уравнения $a^x=b$, где a и b – числа или числовые

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x=\left(\frac{1}{3}\right)^{-\sqrt[3]{2}}$$

выражения, причем $a>0$ и $a\neq1$. Например, $4^x=16$, $(0,6)^x=1$,

$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x=\frac{1}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^3}$$

, - это простейшие показательные уравнения.

Особую важность с практической точки зрения имеют простейшие показательные уравнения, имеющие вид $a^x=a^c$, $a>0$, $a\neq1$, c – некоторое действительное число (это частный случай уравнений $a^x=b$ при $b=a^c$). Вот примеры таких простейших показательных

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1-\sqrt{2}}$$

уравнений: $2^x=2^0$, $(0,3)^x=(0,3)^{-0,1}$, и др.

Решение простейших показательных уравнений базируется на следующих утверждениях:

- Если $b<0$ или $b=0$, то простейшее показательное уравнение $a^x=b$, $a>0$, $a\neq1$ не имеет решений. Например, простейшие показательные уравнения $4^x=-1$ и $(0,5)^x=0$ не имеют решений.
- Если $b>0$, то уравнение $a^x=b$, $a>0$, $a\neq1$ имеет единственный корень $x=\log_a b$, где $\log_a b$ – логарифм числа b по основанию a. Приведем пример: простейшее показательное уравнение $2^x=7$ имеет единственный корень $x=\log_2 7$.

В частности, простейшее показательное уравнение $a^x=a^c$, $a>0$, $a\neq1$, c – некоторое действительное число, имеет единственный корень $x=c$. Например, уравнение $3^x=3^{-4}$ имеет единственный корень $x=-4$.

Умение решать простейшие показательные уравнения является одним из самых важных навыков, необходимых для решения более сложных показательных уравнений. Дело в том, что решение показательных уравнений почти всегда сводится к решению одного или нескольких простейших показательных уравнений. Так что с решением простейших показательных уравнений нужно разобраться очень детально.

Решите показательные уравнения:

а) $2^x=2^{7\frac{1}{2}}$

б) $\left(1\frac{1}{6}\right)^x=1\frac{1}{6}$

в) $\left(0{,}71\right)^x=\left(0{,}71\right)^{3^{\pi}}$

г) $\left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^x=\left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^{1+\sqrt{2}}$

Решение

а) По большому счету, это устное задание: уравнение $2^x=2^{7\frac{1}{2}}$ имеет единственное решение $x=7\frac{1}{2}$. Но чтобы сразу давать ответ в подобных случаях, нужно очень хорошо понимать, какие рассуждения за этим стоят. Приведем их.

Уравнение $2^x=2^{7\frac{1}{2}}$ представляет собой равенство двух степеней с одинаковыми основаниями, которыми служат положительные и отличные от единицы числа – в нашем случае это двойки. Подобные уравнения наиболее рационально решать с опорой на следующее свойство степеней: две степени с одинаковыми положительными и отличными от единицы основаниями равны тогда и только тогда, когда равны их показатели. Таким образом, равенство $2^x = 2^{7\frac{1}{2}}$ имеет место тогда и только тогда, когда $x = 7\frac{1}{2}$. То есть, $x = 7\frac{1}{2}$ - это единственное решение уравнения $2^x = 2^{7\frac{1}{2}}$.

По сути, это решение уравнения методом освобождения от внешней функции.

Неплохо иметь в виду и альтернативные способы решения. Вот первый из них. $2^x = 2^{7\frac{1}{2}}$ - это простейшее показательное уравнение. Степень $2^{7\frac{1}{2}}$, стоящая в правой части уравнения, есть положительное число как степень положительного числа. Известно, что в этом случае простейшее показательное уравнение имеет единственное решение. Оно очевидно: $x = 7\frac{1}{2}$.

Это уравнение можно решить и методом логарифмирования:

$$\textit{Так как}\quad 2^x > 0 \quad \textit{и} \quad 2^{7\frac{1}{2}} > 0, \quad \textit{то}$$

$$2^x = 2^{7\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \log_2 2^x = \log_2 2^{7\frac{1}{2}}$$

$$\textit{откуда} \quad x = 7\frac{1}{2}$$

б) Уравнение $\left(1\frac{1}{6}\right)^x = 1\frac{1}{6}$ можно рассматривать как $\left(1\frac{1}{6}\right)^x = \left(1\frac{1}{6}\right)^1$. А дальше, рассуждая как в предыдущем примере, приходим к выводу, что x=1 – единственный корень уравнения.

в) Аналогично, простейшее показательное уравнение $(0{,}71)^x = (0{,}71)^{3^\pi}$ имеет единственное решение $x = 3^\pi$.

г) Здесь уравнение $\left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^x = \left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^{1+\sqrt{2}}$ тоже представляет собой равенство двух степеней с одинаковыми основаниями. Но в отличие от предыдущих примеров, здесь не очень очевидно, что основания являются положительными и отличными от единицы числами. Поэтому, в этом приходится дополнительно убедиться (при необходимости смотрите сравнение чисел):

$1)\ \textit{Покажем, что}\ 3\cdot\sqrt{7}-4>0$

$3\cdot\sqrt{7}-4=\sqrt{3^2\cdot 7}-\sqrt{4^2}=\sqrt{63}-\sqrt{16}$

$63>16\Rightarrow\sqrt{63}>\sqrt{16}\Rightarrow\sqrt{63}-\sqrt{16}>0\Rightarrow$

$3\cdot\sqrt{7}-4>0$

$2)\ \textit{Покажем, что}\ 3\cdot\sqrt{7}-4\neq 1$

$3\cdot\sqrt{7}-4\neq 1$

$3\cdot\sqrt{7}\neq 1+4$

$3\cdot\sqrt{7}\neq 5$

$\sqrt{63}\neq\sqrt{25}-\textit{верное}\Rightarrow$

$3\cdot\sqrt{7}-4\neq 1-\textit{верное}$

Итак, основания степеней есть одинаковые положительные и отличные от единицы числа. Дальше повторяем рассуждения из пункта а), они нас приводят к выводу, что $x=1+\sqrt{2}$ - единственный корень уравнения $\left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^x=\left(3\cdot\sqrt{7}-4\right)^{1+\sqrt{2}}$.

Ответ:

а) $7\frac{1}{2}$

б) 1

в) 3^{π}

г) $1+\sqrt{2}$

Домашнее задание на 27.04 Учебник № 1321, 1325, 1327, 1330, 1342, 1343

Фото/или скриншот классной работы и домашнего задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru