муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа № 31 со спортивным уклоном города Пятигорска Ставропольского края
357538 Россия, Ставропольский край, г. Пятигорск, улица Мира,187
телефон (879 3) 98-11-25 факс (879 3) 98-11-25

Конспект урока

Предмет	Геометрия
Класс	8А
Учитель	А.В.Гусева
Дата урока	29.04. 2020
Тема урока	Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам
Основной вид учебной деятельности	Урок изучения нового материала

Ход урока

I. Организационный этап.

- Доброе утро, ребята!

II. Изучение нового материала.

Откройте учебник геометрии на стр. 144 прочтите теоретический материал п.97
Или пройдите по ссылке

Напомним определение коллинеарных векторов, которое было дано в статье

<u>Определение.</u>

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными**, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Нулевой вектор считается коллинеарным любому другому вектору.

Это определение позволяет установить коллинеарность векторов по их изображению на плоскости с некоторой степенью точности, которая зависит от качества чертежа. Поэтому, мы нуждаемся в алгебраическом (а не в геометрическом) условии, выполнение которого будет указывать на коллинеарность двух векторов. Получим его.

Так как <u>операция умножения вектора на число</u> соответствует сжатию или растяжению вектора при неизменном или противоположном направлении, то вектор $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a}$, где λ - произвольное действительное число, коллинеарен вектору $\vec{a}$. Справедливо и обратное утверждение: если вектор $\vec{b}$ коллинеарен ненулевому вектору $\vec{a}$, то он может быть представлен в виде $\lambda \cdot \vec{a}$.

Таким образом, мы пришли к **необходимому и достаточному условию коллинеарности двух ненулевых векторов**: для коллинеарности двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ необходимо и достаточно, чтобы они были связаны равенствами $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a}$ или $\vec{a} = \mu \cdot \vec{b}, \quad \mu \in R$.

Перейдем к координатной форме полученного условия коллинеарности двух векторов.

Пусть вектор $\vec{a}$ задан в прямоугольной декартовой системе координат на плоскости и имеет координаты (a_x, a_y), тогда вектор $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda \cdot a_x, \lambda \cdot a_y)$ Аналогично, если вектор $\vec{a}$ задан в прямоугольной системе координат трехмерного пространства как $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$, то вектор $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a}$ имеет координаты $(\lambda \cdot a_x, \lambda \cdot a_y, \lambda \cdot a_z)$.

Следовательно, **для коллинеарности двух ненулевых векторов** $\vec{a} = (a_x, a_y)$ **и** $\vec{b} = (b_x, b_y)$ **на плоскости необходимо и достаточно, чтобы их координаты были связаны соотношениями:** $\begin{cases} b_x = \lambda \cdot a_x \\ b_y = \lambda \cdot a_y \end{cases}$ **или** $\begin{cases} a_x = \mu \cdot b_x \\ a_y = \mu \cdot b_y \end{cases}$.

Для коллинеарности двух ненулевых векторов $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ **и** $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ **в пространстве необходимо и достаточно, чтобы** $\begin{cases} b_x = \lambda \cdot a_x \\ b_y = \lambda \cdot a_y \\ b_z = \lambda \cdot a_z \end{cases}$ **или** $\begin{cases} a_x = \mu \cdot b_x \\ a_y = \mu \cdot b_y \\ a_z = \mu \cdot b_z \end{cases}$

Пример.

Коллинеарны ли векторы $\vec{a} = (3 - 2\sqrt{2}, 1)$ и $\vec{b} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}, \sqrt{2}+1\right)$.

Решение.

Проверим выполнение необходимого и достаточного условия коллинеарности двух векторов на плоскости в координатах $\begin{cases} b_x = \lambda \cdot a_x \\ b_y = \lambda \cdot a_y \end{cases}$:

$$b_x = \lambda \cdot a_x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \lambda \cdot \left(3 - 2\sqrt{2}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{1}{\left(\sqrt{2}+1\right) \cdot \left(3 - 2\sqrt{2}\right)} = \frac{1}{3\sqrt{2} - 4 + 3 - 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$b_y = \lambda \cdot a_y \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{2}+1 = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \cdot 1 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\sqrt{2}+1\right) \cdot \left(\sqrt{2}-1\right) = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 1 \equiv 1$$

Таким образом, $\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \cdot \vec{a}$, следовательно, векторы коллинеарны.

Ответ:

векторы $\vec{a} = \left(3 - 2\sqrt{2}, 1\right)$ и $\vec{b} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}+1}, \sqrt{2}+1\right)$ коллинеарные.

Пример.

Убедитесь, что векторы $\vec{a} = (1, 0, -2)$ и $\vec{b} = (-3, 0, 6)$ коллинеарны.

Решение.

Справедливо равенство $\vec{b} = -3 \cdot \vec{a}$, так как $\begin{cases} b_x = \lambda \cdot a_x \\ b_y = \lambda \cdot a_y \\ b_z = \lambda \cdot a_z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -3 \cdot 1 \\ 0 = -3 \cdot 0 \\ 6 = -3 \cdot (-2) \end{cases}$. Таким образом, необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов выполнено, следовательно, исходные векторы коллинеарны.

Можно также найти векторное произведение векторов и убедиться, что оно равно нулевому вектору:

$$\left[\vec{a} \times \vec{b}\right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= \vec{i} \cdot 0 \cdot 6 + \vec{j} \cdot (-2) \cdot (-3) + \vec{k} \cdot 1 \cdot 0 - \vec{k} \cdot 0 \cdot (-3) - \vec{j} \cdot 1 \cdot 6 - \vec{i} \cdot (-2) \cdot 0 = \vec{0}$$

Ответ:

векторы $\vec{a} = (1, 0, -2)$ и $\vec{b} = (-3, 0, 6)$ действительно коллинеарны.

Пример.

При каком значении параметра *p* векторы $\vec{a} = (2, 7)$ и $\vec{b} = (p, 3)$ коллинеарны?

Решение.

Заданные векторы коллинеарны, если они связаны соотношением $\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} b_x = \lambda \cdot a_x \\ b_y = \lambda \cdot a_y \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} p = \lambda \cdot 2 \\ 3 = \lambda \cdot 7 \end{cases}$. Из второго уравнения системы имеем $\lambda = \frac{3}{7}$, тогда из первого уравнения системы находим $p = \lambda \cdot 2 \quad \Leftrightarrow \quad p = \frac{6}{7}$.

Ответ:

векторы коллинеарны при $p = \frac{6}{7}$.

III. Контроль и коррекция знаний

Домашнее задание

1. учебник § 10 п.97 выписать основные определения и формулы №   25, 26

Фото/или скриншот **<u>домашнего</u>** задания высылайте на почту: guseva_klass2020@mail.ru